

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
Τμήμα Μαθηματικών

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΚΑΙ Η ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕ ΕΜΦΑΣΗ ΣΤΑ ΛΟΓΙΣΜΙΚΑ
ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ**

Μαρκέα Χρυσούλα
Α.Μ 92

Οκτώβριος 2006

ΠΑΤΡΑ

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών για
την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

που απονέμει το

**Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών του Τμήματος Μαθηματικών
του Πανεπιστημίου Πατρών**

Κατεύθυνση: Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στην
Εκπαίδευση

Επιβλέπων Καθηγητής: Παναγιώτης Πιντέλας

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Εισαγωγή.....	2
Κεφάλαιο 1^ο	
Θεωρίες μάθησης των Μαθηματικών.....	5
1. Συμπεριφοριστική θεωρία.....	6
2. Θεωρία του Ολομορφικού Πεδίου.....	8
3. Θεωρία Επεξεργασίας της Πληροφορίας.....	9
4. Θεωρία των Ιεραρχιών Μάθησης.....	11
5. Αναπτυξιακή Θεωρία.....	14
6. Η Θεωρία της Ανακάλυψης.....	18
7. Κοινωνικοπολιτισμικές θεωρίες	21
8. Κονστрукτιβισμός.....	22
Συμπεράσματα	24
Κεφάλαιο 2ο	
Πληροφορική και Εκπαίδευση.....	27
Η εισαγωγή της πληροφορικής στην εκπαίδευση και τα πρότυπά της	27
• Πρότυπο της απομονωμένης τεχνικής προσέγγισης	28
• Πρότυπο της ολοκληρωμένης προσέγγισης.....	28
• Πρότυπο της πραγματολογικής προσέγγισης.....	28
Η Εξέλιξη των Προγραμμάτων Εκπαιδευτικού Λογισμικού	30
Διδακτικές Μηχανές και Διδασκαλία με τη Βοήθεια Υπολογιστή.....	30
Αυτόνομη Μάθηση.....	32
Η γλώσσα LOGO.....	33
Η Τεχνητή Νοημοσύνη και τα Έμπειρα Διδακτικά Συστήματα.....	36
Ανοικτά Προγραμματιστικά Περιβάλλοντα Μάθησης και Διερευνητική Μάθηση.....	43
Μικρόκοσμοι.....	45
Προσομοιώσεις.....	46
Λογισμικά Μοντελοποίησης.....	48
Υπερκείμενα, Υπερμέσα και Μάθηση.....	50
Υπερκείμενα, Υπερμέσα και Εκπαίδευση	54
Τα πολυμέσα.....	55
Οι δυνητικές πραγματικότητες	56
Εκπαιδευτικές εφαρμογές των δυνητικών κόσμων.....	57
Τα παιχνίδια.....	58
Δίκτυα.....	61
Παιδαγωγικές και εκπαιδευτικές προεκτάσεις των δικτύων.....	61
Ανοικτά και Κλειστά Περιβάλλοντα Μάθησης.....	62
Χρονολογική εξέλιξη της εισαγωγής των Τ.Π.Ε στην εκπαίδευση.....	64

Το εκπαιδευτικό λογισμικό και η αξιοποίηση του στη διδακτική πράξη	65
Κατηγοριοποίηση εκπαιδευτικού λογισμικού.....	67
Κατηγοριοποίηση με βάση τις τεχνολογίες ανάπτυξης και τα παιδαγωγικά ρεύματα χρήσης.....	67
Κατηγοριοποίηση με βάση τη διδακτική προσέγγιση και τις θεωρίες μάθησης	68
Περιβάλλοντα Καθοδηγούμενης Διδασκαλίας.....	69
Περιβάλλοντα Μάθησης μέσω Ανακάλυψης και Διερεύνησης.....	69
Περιβάλλοντα Έκφρασης, Οικοδόμησης, Επικοινωνίας και Αναζήτησης της Πληροφορίας.....	70
Η αξιοποίηση του Εκπαιδευτικού Λογισμικού για τη διδασκαλία των μαθηματικών --και μια διαφορετική ταξινόμηση.....	72

Κεφάλαιο 3ο

Ο Ρόλος των Δραστηριοτήτων στη Διδασκαλία των Μαθηματικών	79
Ορισμός της δραστηριότητας	79
Η έννοια και ο ρόλος του Εκπαιδευτικού Σεναρίου για το σχεδιασμό της διδασκαλίας των Μαθηματικών με χρήση Τ.Π.Ε.....	83
Γενικές προδιαγραφές εκπαιδευτικών σεναρίων.....	85
Ο Σχεδιασμός και η Υλοποίηση κατάλληλων Εκπαιδευτικών Δραστηριοτήτων με χρήση κατάλληλου Εκπαιδευτικού Λογισμικού.....	89
Παράγοντες σχεδιασμού δραστηριότητας.....	90
Είδη Δραστηριοτήτων.....	90

Κεφάλαιο 4ο

Τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας.....	92
Δυναμικά περιβάλλοντα και Δυναμικός Χειρισμός.....	93
Τα χαρακτηριστικά των περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας	94
Η αξία των προγραμμάτων Δυναμικής Γεωμετρίας για την διδασκαλία της Γεωμετρίας και των Μαθηματικών γενικότερα....	100
Για ποιες χρήσεις ενδείκνυται η χρήση των προγραμμάτων Δυναμικής Γεωμετρίας;.....	105
Είναι τα περιβάλλοντα αυτά πανάκεια για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας;.....	108
Logo ή Δυναμική Γεωμετρία;.....	108

Κεφάλαιο 5ο

Η γεωμετρική απόδειξη και η αναγκαιότητά της σαν κεντρικό στοιχείο της διδασκαλίας της Γεωμετρίας	110
Αναπτύσσοντας την έννοια της απόδειξης	111
Τα στάδια του Piaget	111
Τα επίπεδα van Hiele	112
Εναλλακτικές λύσεις στην αξιωματική προσέγγιση.....	116
Συμπεράσματα.....	121

Κεφάλαιο 6ο

Έρευνες στον Ελληνικό και στο Διεθνή χώρο	
Σχετικά με την αποτελεσματικότητα των Προγραμμάτων Δυναμικής Γεωμετρίας για την βελτίωση του μαθησιακού αποτελεσμάτων και την ανάπτυξη δεξιοτήτων απόδειξης.....	122

Κεφάλαιο 7ο

Μια μελέτη περίπτωσης.....	126
Μια αυξανόμενη εμπιστοσύνη στις οπτικές αναπαραστάσεις	128
Ο ρόλος των σταθερών στα Μαθηματικά.....	129
Σχετική έρευνα και θεωρία.....	130
Το φαινόμενο του πρωτοτύπου.....	131
Εγκαταστημένη Περιγραφή.....	132
Η μάθηση της Γεωμετρίας.....	133
Η μελέτη περίπτωσης.....	137
Σχεδιασμός	138
Οι ερωτήσεις.....	140
Οι απαντήσεις.....	140
Συζητήσεις των μαθητών σχετικά με τα σχήματα καθώς τα χειρίζονται δυναμικά	146
Ικανότητα αναγνώρισης των ιδιοτήτων των σχημάτων..	148
Αποτελέσματα	149
Η προσπάθεια απόδοσης ορισμού και οι απαντήσεις που δόθηκαν	149
Επισημάνσεις.....	151
Η προσπάθεια για κατασκευή.....	152
Τα αντικείμενα των χειρισμών – μαύρα κουτιά.....	153

Συμπεράσματα.....	157
Επίλογος - Προτάσεις για μελλοντική έρευνα.....	158
Βιβλιογραφία.....	163

Εισαγωγή

Δεν υπάρχει αμφιβολία ότι οι Τ.Π.Ε και ειδικότερα ο υπολογιστής έχουν ριζοσπαστικά επιδράσει στις μεθόδους της μαθηματικής εκπαίδευσης και ήδη τις έχουν αλλάξει. Εκτός αυτού όμως είναι ίσως σημαντικότερο να παρατηρήσουμε ότι έχουν αλλάξει και τους στόχους μας και γενικά την αντίληψή μας σχετικά με το σκοπό της κατανόησης των μαθηματικών και του μαθηματικού τρόπου σκέψης σύμφωνα με την οποία σχεδιάζουμε την εκπαιδευτική διαδικασία.

Οι μαθηματικοί σήμερα μπορούν να αντιληφθούν ότι οι μαθηματικές δραστηριότητες μπορούν να αναπτυχθούν σε πολύ πιο ευρύ φάσμα εννοιολογικών πλαισίων σε σχέση με το παρελθόν. Ο λόγος για αυτή την αλλαγή είναι η εξάπλωση της διαθεσιμότητας εξαιρετικά ισχυρών μαθηματικών εργαλείων που απλοποιούν τους αριθμητικούς και αλγεβρικούς υπολογισμούς, τη δημιουργία γραφικών και τη μοντελοποίηση και πολλές από τις πνευματικές διεργασίες που εμπεριέχονται στη μαθηματική σκέψη. Οι μαθητές αντί να είναι υποχρεωμένοι να απομνημονεύουν και να εφαρμόζουν ικανό αριθμό τύπων τώρα εμπλέκονται σε δραστηριότητα εντελώς διαφορετικής φύσης : να επιλέξουν το κατάλληλο πρόγραμμα στον υπολογιστή που θα εξυπηρετήσει τη δουλειά τους.

Αρκετά πριν να εμφανιστούν οι υπολογιστές, γνωστικά εργαλεία όπως η γραπτή γλώσσα επέκτειναν σε αξιοσημείωτο βαθμό την ανθρώπινη νοημοσύνη – ορίζοντας σαν ανθρώπινη νοημοσύνη όχι μόνο την ποιότητα του μυαλού αλλά το προϊόν της σχέσης ανάμεσα στις πνευματικές δομές και των νοητικών εργαλείων που παρέχονται από την καλλιέργεια - εκπαίδευση (Bruner, 1966; Cole & Griffin, 1980; Olson 1985; Pea, 1985b; Vygotsky 1962, 1978).

Σαν γνωστικό εργαλείο ορίζεται κάθε μέσο που βοηθά να ξεπεραστούν τα προβλήματα της νόησης σε επίπεδο σκέψης, μάθησης και επίλυσης προβλήματος. Υπό τον τίτλο άρα γνωστικό εργαλείο θα μπορούσαμε ίσως να θέσουμε τον πίνακα και την κιμωλία, ή το μολύβι και το χαρτί, τον υπολογιστή και την οθόνη, και τα συμβολικά συστήματα μέσω των οποίων έχουν πραγματοποιηθεί οι ανακαλύψεις στα μαθηματικά, και έχουν οδηγήσει στη δημιουργία νέων συμβολικών συστημάτων. Το κάθε σύστημα μετασχημάτισε τον τρόπο διαχείρισης των μαθηματικών και τον τρόπο οργάνωσης της μαθηματικής εκπαίδευσης. Ένα κοινό χαρακτηριστικό όλων των γνωστικών εργαλείων είναι το ότι «εξωτερικεύουν» τα ενδιάμεσα προϊόντα της νοητικής επεξεργασίας ενός προβλήματος (για παράδειγμα τα ενδιάμεσα βήματα για την επίλυση μιας πολύπλοκης αλγεβρικής εξίσωσης), τα οποία στη συνέχεια μπορούν να γίνουν αντικείμενο ανάλυσης, ανάδρασης και συζήτησης – διαπραγμάτευσης.

Οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές είναι μηχανές με παγκόσμια αποδοχή που προσφέρονται για την αποθήκευση και τον δυναμικό χειρισμό συμβόλων. Ικανοί για σύγχρονες προγραμματιζόμενες αλληλεπιδράσεις με τον άνθρωπο-χρήστη, οι υπολογιστές είναι δυνατόν να αποτελέσουν τα πιο εξειδικευμένα γνωστικά εργαλεία. Ειδικότερα όμως σχετικά με τη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών τι καινούριο μπορούμε να κάνουμε με τους υπολογιστές και που πριν δεν μπορούσαμε ή ήταν δύσκολο να πραγματοποιήσουμε;

Μια προσέγγιση είναι αυτή του ενισχυτή της μάθησης που προσφέρει στο μαθητή περισσότερη εξάσκηση και ταχύτητα στην εξαγωγή του αποτελέσματος σε σχέση με τα παραδοσιακά μέσα. Μια άλλη προσέγγιση δίνει έμφαση στην δυνατότητα που προσφέρουν οι υπολογιστές τον εκπαιδευτικό για την οργάνωση των δεδομένων που αφορούν τους μαθητές ή την προετοιμασία σημειώσεων και διαγωνισμάτων. Καμία όμως από αυτές τις προσεγγίσεις δεν θεωρεί τους υπολογιστές σαν γνωστικά εργαλεία. Έτσι μια τρίτη προσέγγιση είναι αυτή που το σημείο εκκίνησης είναι οι βασικές ψυχολογικές διαδικασίες που είναι ενσωματωμένες στα διάφορα είδη εκπαιδευτικού λογισμικού και οι οποίες αφορούν τη μαθηματική σκέψη. Για παράδειγμα τα περιβάλλοντα τύπου Logo προσφέρουν ποικίλες μαθηματικές και γραφικές αναπαραστάσεις βάσει των οδηγιών που δίνονται μέσα από ένα δομημένο κείμενο ενώ τα λογισμικά μοντελοποίησης, οι προσομοιώσεις αλλά και τα λογιστικά φύλλα είναι εξαιρετικά περιβάλλοντα για μαθηματική εξερεύνηση εξυπηρετώντας τον έλεγχο υποθέσεων αλλά και την δημιουργία μοντέλων και την διασαφήνιση των εννοιών.

Η διάδοση της χρήσης των υπολογιστών και γενικότερα η αξιοποίηση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και Επικοινωνίας (Τ.Π.Ε) στη μαθησιακή διαδικασία έχει επιφέρει αλλαγές και στις αντιλήψεις για την διδασκαλία και τη μάθηση καθώς και μια νέα μαθησιακή κουλτούρα η οποία θέτει σε αμφισβήτηση τις παραδοσιακές μεθόδους διδασκαλίας. Σε ποιο βαθμό όμως η χρήση των Τ.Π.Ε όντως αποτελεί παράγοντα εξέλιξης και βελτίωσης της διδακτικής πράξης και του μαθησιακού αποτελέσματος; Αν και η προσοχή των ερευνητών πλέον, δεν εστιάζεται στο πόσο «αυξάνει» η γνώση αλλά στο πως αλλάζει η φύση του μαθησιακού αντικειμένου με τη χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού.

Όσον αφορά την Γεωμετρία η έλευση στις αρχές της δεκαετίας του 1990 ισχυρών αλληλεπιδραστικών εργαλείων τα οποία καθιερώθηκαν υπό τον τίτλο **Προγράμματα Δυναμικής Γεωμετρίας** έδωσε νέα ώθηση στην μαθηματική εξερεύνηση και νέο ενδιαφέρον στη διδασκαλία της Γεωμετρίας. Ειδικότερα ως προς την κατασκευή μιας τυπικής γεωμετρικής απόδειξης πολλοί είδαν στα προγράμματα αυτά μια πρόταση εναλλακτικού χειρισμού της αποδεικτικής

διαδικασίας. Με δεδομένες δε διάφορες θεωρίες για την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών πολλοί ερευνητές ισχυρίστηκαν ότι η χρήση των προγραμμάτων Δυναμικής Γεωμετρίας θα ενίσχυε και θα διευκόλυνε αυτή την ανάπτυξη. Ένα άλλο ερώτημα που αναδύθηκε μέσα από αυτόν τον προβληματισμό ήταν κατά πόσο αλλάζει και το πλαίσιο της διδασκαλίας και η φύση της μάθησης της Γεωμετρίας. Αν δηλαδή η χρήση αυτών των μικροκόσμων συνεπάγεται και αλλαγές στις μεθόδους, στην ορολογία και στις τεχνικές που συναντάμε σε μια τάξη Γεωμετρίας.

Στην εργασία που ακολουθεί έγινε προσπάθεια καταγραφής της εξέλιξης των αντιλήψεων για τη μάθηση των μαθηματικών παράλληλα με την εξέλιξη των εργαλείων των Τ.Π.Ε τις τελευταίες δεκαετίες. Παράλληλα κατηγοριοποιείται το εκπαιδευτικό λογισμικό που είναι στη διάθεση της εκπαιδευτικής κοινότητας σήμερα και αναλύονται ιδιαίτερα τα χαρακτηριστικά και το θεωρητικό πλαίσιο λειτουργίας των προγραμμάτων Δυναμικής Γεωμετρίας. Ιδιαίτερη μνεία γίνεται στη γεωμετρική απόδειξη και τις θεωρίες ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης. Τέλος αφού αναφέρονται τα αποτελέσματα ερευνών στον ελληνικό χώρο ως προς τη συμβολή αυτών των προγραμμάτων στη βελτίωση του μαθησιακού αποτελέσματος, παρουσιάζεται μια μελέτη περίπτωσης κατά την οποία μαθητές της πρώτης τάξεως του Γυμνασίου αλληλεπιδρούν με δυναμικά σχήματα στο περιβάλλον του λογισμικού The Geometer's SketchPad μέσα από δραστηριότητες τύπου «μαύρο κουτί» και ελέγχεται η εξέλιξη της γεωμετρικής τους σκέψης σε σχέση με τη θεωρία των επιπέδων van Hiele. Οι μαθητές στο τέλος προσπαθούν να επινοήσουν ένα τρόπο κατασκευής συγκεκριμένων γεωμετρικών σχημάτων και να δικαιολογήσουν τις επιλογές τους, να περάσουν δηλαδή στο στάδιο της τυπικής απόδειξης ενώ παράλληλα καταγράφονται οι ενέργειές τους και οι εκφράσεις που χρησιμοποιούν.

Κεφάλαιο 1^ο

Θεωρίες μάθησης των Μαθηματικών

Από τα πιο πολυσυζητημένα θέματα και από τα κύρια ενδιαφέροντα της επιστήμης της ψυχολογίας είναι η έννοια της μάθησης. Η έννοια αυτή δεν είναι απλή, ούτε μονοσήμαντη. Για πολλούς μάθηση είναι άθροισμα γνώσεων που αποκτώνται λόγω αλληλεπίδρασης ερεθίσματος – αντίδρασης και για άλλους η μάθηση είναι μια διαδικασία ανάπτυξης νέων διαισθήσεων και ικανοτήτων, οι οποίες επέρχονται από την αναδιαμόρφωση μιας προηγούμενης κατάστασης.

Συνθέτοντας τις δύο απόψεις θα μπορούσαμε να δεχθούμε ότι :

Μάθηση είναι η μόνιμη αλλαγή στη συμπεριφορά του ατόμου που είναι τόσο αποτέλεσμα εμπειρίας όσο και πράξης.

Ο ορισμός αυτός συμβιβάζει τις δύο παραπάνω απόψεις για την έννοια της μάθησης, αφού υπάρχει αντίδραση (συμπεριφορά) που προκαλείται από απόκτηση γνώσεων είτε μέσω ερεθισμάτων, είτε μέσω μετασχηματισμού μιας υπάρχουσας δομής. Με ποιο τρόπο όμως μαθαίνουμε και ποιες προϋποθέσεις ευνοούν τη μάθηση; Τις απαντήσεις στα παραπάνω ερωτήματα δίνουν οι διάφορες θεωρίες μάθησης. Μια θεωρία για τη μάθηση είναι μια γενική διατύπωση, η οποία έχει εφαρμογές σε όλα τα θέματα της μάθησης και σε όλες τις καταστάσεις, κάτω από τις οποίες επιτυγχάνεται η μάθηση. Μια τέτοια θεωρία λαμβάνει υπόψη τις συνθήκες που προκαλούν τη μάθηση, τα αίτια και τα αποτελέσματά της. Τέλος, ερμηνεύει, προβλέπει και ελέγχει τον τρόπο, με τον οποίο οι συνθήκες του περιβάλλοντος επηρεάζουν τη μάθηση. ***Μια θεωρία μάθησης, δηλαδή, είναι μια ολοκληρωμένη συστηματική άποψη για τη φύση της διαδικασίας αλλαγής της συμπεριφοράς του ατόμου σαν αποτέλεσμα εμπειρίας και πράξης.***

Θεωρίες μάθησης έχουν διατυπωθεί από τον καιρό του Πλάτωνα ¹ και από τότε συνεχίζονται οι ερμηνείες του φαινομένου της μάθησης από θρησκευτική, φιλοσοφική, κοινωνική, βιολογική και ψυχολογική θεώρηση. Παρακάτω, θα αναφέρουμε τα βασικότερα χαρακτηριστικά από εκείνες τις θεωρίες μάθησης, οι οποίες άσκησαν τη σημαντικότερη επίδραση στην Παιδαγωγική των Μαθηματικών

Οι θεωρίες μάθησης εξυπηρετούν ένα πλήθος σκοπών - αν και πρέπει να τονίσουμε ότι δεν υπάρχουν νόμοι και αρχές μάθησης που να μπορούν να διδαχθούν

¹ . Ο Πλάτωνας μέσω του Σωκράτη στον **Φαίδωνα** λέει ότι η μάθηση δεν είναι παρά μια ανάμνηση, που επαναφέρουμε στην μνήμη μας, αφού νικήσουμε την λήθη και αποκτούμε την γνώση ξανά. Όσο για τον ορισμό της παιδείας **«Παιδεία μὲν εσθ' ἡ παίδων ολκή τε καί αγωγή πρὸς τὸν ὑπὸ τοῦ νόμου λόγον ὀρθὸν ευρημένον καὶ τοῖς ἐπιεικεστάτοις καὶ πρεσβυτέροις δι' ἐμπειρίαν συνδεδογμένον ὡς ὄντως ὀρθὸν ἐστίν»** (Πλάτωνος, Νόμοι Β, 11, 659d)

με πλήρη εμπιστοσύνη για το αποτέλεσμά τους και ότι προς το παρόν καμία θεωρία μάθησης δεν είναι δυνατόν να ερμηνεύσει όλα τα εργαστηριακά ευρήματα. Πρώτα από όλα λοιπόν προβλέπουν καταστάσεις. Περιγράφοντας, δηλαδή, οτιδήποτε συμβαίνει στη διαδικασία της μάθησης και λαμβάνοντας υπόψη όλες τις παραμέτρους και τις συνθήκες που επικρατούν, οι θεωρίες μάθησης έχουν τη δυνατότητα να προβλέπουν κάποια γεγονότα που έχουν σχέση με τη μάθηση και τη διδασκαλία. Επίσης, προκαλούν ερωτήματα σχετικά με τη διαδικασία μάθησης. Οι απαντήσεις αυτών των ερωτημάτων καθορίζουν την αξιοπιστία της κάθε θεωρίας και συμβάλλουν στην ανακατασκευή της, προκειμένου να προσεγγίζει περισσότερο την πραγματικότητα. Τέλος, οι θεωρίες μάθησης καθοδηγούν τις διάφορες έρευνες που γίνονται, δίνοντας στους ερευνητές το κίνητρο και τα μεθοδολογικά εργαλεία για την εκτέλεση ενός παιδαγωγικού πειράματος.

Στη συνέχεια αναλύονται αυτές οι θεωρίες ενώ παράλληλα γίνεται προσπάθεια όπου είναι δυνατό να συνδεθούν με εφαρμογές της εκπαιδευτικής τεχνολογίας.

1. Συμπεριφοριστική (behavioral) θεωρία

Εκπαίδευση είναι ότι απομένει όταν αρχίζουμε να ξεχνάμε ότι μάθαμε

Skinner

Βασικές αρχές

Η μάθηση και η απόκτηση γνώσης είναι αποτέλεσμα της αλληλεξάρτησης μεταξύ των ερεθισμάτων που δέχεται το άτομο από το περιβάλλον και τις αντιδράσεις του στα ερεθίσματα αυτά. Η μάθηση ορίζεται ως μία αλλαγή στη συμπεριφορά του μαθητή που προκύπτει μέσω εμπειριών και ασκήσεων που τίθενται από το δάσκαλο. Η μάθηση συντελείται με την ενίσχυση της επιθυμητής συμπεριφοράς είτε μέσω της αμοιβής της (θετική ενίσχυση) είτε μέσω της τιμωρίας (αρνητική ενίσχυση).

Έννοιες – κλειδιά : Εξάσκηση και ανταμοιβή

Η συμπεριφοριστική θεωρία μάθησης ή μιχεβιορισμός, όπως αλλιώς ονομάζεται, στηρίζεται στην άποψη ότι η μάθηση και η απόκτηση γνώσης είναι αποτελέσματα της αλληλεξάρτησης ανάμεσα στα ερεθίσματα, που δέχεται το άτομο από το περιβάλλον του και τις αντιδράσεις του στα ερεθίσματα αυτά. Κλασικό παράδειγμα της διαδικασίας μάθησης, σύμφωνα με τη μιχεβιοριστική θεωρία είναι το γνωστό πείραμα του Ραβλόν.

Ο Ρώσος φυσιολόγος Ρανλον έδινε τροφή σε ένα σκύλο καθημερινά, αφού χτυπούσε ένα καμπανάκι. Η προσφορά, δηλαδή, τροφής συνοδευόταν από ένα συγκεκριμένο ήχο. Μετά από πολλές επαναλήψεις της ίδιας διαδικασίας, ο Ρανλον παρατήρησε πως ο σκύλος, μόλις άκουγε το γνωστό -πλέον- ήχο, είχε έκκριση σάλιου. Το πείραμα αυτό έγινε και σε άλλα ζώα, όπως γάτες, ποντίκια, χιμπατζήδες κ.λ.π., με διαφορετικά, όμως, ερεθίσματα. Τα αποτελέσματα ήταν τα ίδια με την περίπτωση του σκύλου. Παραλληλίζοντας, λοιπόν, οι μπιχεβιοριστές την ανθρώπινη μάθηση με εκείνη των ζώων, πιστεύουν πως τα πάντα είναι συνδέσεις της μορφής ερέθισμα- αντίδραση (θεωρία συνδέσμων του Thorndike). Ο άνθρωπος λειτουργεί ως παθητικός δέκτης ερεθισμάτων από το γύρω περιβάλλον του, στα οποία αντιδρά με κάποιο τρόπο. Αν η αντίδραση αυτή συσχετιστεί με μια -κατά κάποιο τρόπο- ανταμοιβή και αν η όλη διαδικασία επαναληφθεί αρκετές φορές, τότε ο άνθρωπος έχει μάθει. Για παράδειγμα, στην ερώτηση του δασκάλου (ερέθισμα) «πόσο κάνει 5+6» ο μαθητής δίνει μια απάντηση (αντίδραση). Αν η απάντηση αυτή είναι «11», τότε ο δάσκαλος θα τον επιβραβεύσει (αμοιβή). Με την επανάληψη της ίδιας ερώτησης και της ίδιας απάντησης, η αμοιβή δεν είναι πια απαραίτητη και ο μαθητής έχει μάθει ότι 5+6 κάνει 11.

Η συμπεριφοριστική θεωρία και ειδικά η θεωρία των συνδέσμων επηρέασε πολλούς σημαντικούς παιδαγωγούς όπως ο Skinner ο οποίος διατύπωσε τις εξής βασικές αρχές για την ανθρώπινη μάθηση προσπαθώντας να προσδιορίσει με ποιον τρόπο αυτή συντελείται :

- Για τη μάθηση είναι απαραίτητη η ενεργός συμμετοχή του μαθητή
- Η μαθησιακή διαδικασία υποβοηθείται από θετικούς και αρνητικούς ενισχυτές που πρέπει να εκπορεύονται από τον δάσκαλο.
- Δεν έχει σημασία για την επιτυχία της μάθησης η γνώση της εσωτερικής διανοητικής λειτουργίας του κάθε μαθητή
- Η διδακτέα ύλη πρέπει να δομείται σε σύντομες ενότητες
- Η πρόοδος στη διδακτέα ύλη πρέπει να γίνεται βαθμιαία και ανάλογα με τους ρυθμούς του μαθητή.
- Ο μαθητής πρέπει να έχει την ευκαιρία για άμεση επαλήθευση της ορθότητας της απάντησής του.
- Η σωστή απάντηση πρέπει να επιβραβεύεται

Επίσης ο Skinner υποστηρίζει ότι η μάθηση προχωρά γραμμικά χωρίς διακλαδώσεις (μηχανές Skinner). Η αλληλουχία της ύλης είναι με τέτοιο τρόπο σχεδιασμένη ώστε να μπορούν να την ακολουθήσουν όλοι οι μαθητές. Κάθε διδακτικό βήμα αποτελείται από τέσσερα στοιχεία :

- α) μία πληροφορία,
- β) μία ερώτηση,
- γ) ένα κενό για να δοθεί η απάντηση από το μαθητή και
- δ) τη σωστή απάντηση.

Εναλλακτικά στην άποψη του Skinner διατυπώθηκε η Διακλαδισμένη Οργάνωση από τον N. A. Crowder σύμφωνα με την οποία η απάντηση καθορίζει την σειρά των ερωτήσεων που θα ακολουθήσουν. Η παρουσία μιας ξεκάθαρης σχέσης ανάμεσα στην παρεχόμενη από το μαθητή απάντηση και στο μαθησιακό υλικό εισάγει τη δυνατότητα εξατομικευμένων ρυθμίσεων κατά τη μάθηση.

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής αυτών των αρχών είναι το γεγονός ότι οι μαθητές ως επί το πλείστον φτάνουν στο αποτέλεσμα με μηχανικές διαδικασίες χωρίς απαραίτητα να κατανοούν τι ακριβώς κάνουν και γιατί το κάνουν. Ο ρόλος του δασκάλου είναι απλά να προσφέρει την κατάλληλη ποσότητα εξάσκησης επιλέγοντας τα κατάλληλα προβλήματα. Σε αυτά τα πλαίσια η συμπεριφοριστική προσέγγιση είναι κατάλληλη μέθοδος για την εκμάθηση μηχανικών πράξεων αλλά μειονεκτεί στη μάθηση σύνθετων εννοιών που η διαδικασία κατανόησής τους δεν είναι δυνατόν να αναλυθεί σε ένα σύνολο απλών βημάτων. Ο μιχεβιορισμός υποστηρίζει πως κάθε σύνθετη μορφή αποτελείται από ένα σύνολο απλών καταστάσεων, των οποίων η κατανόηση ερμηνεύει και την πιο σύνθετη συμπεριφορά. Δεν μπορεί, όμως, κανείς να αναλύσει την ανακάλυψη ενός νέου θεωρήματος ή την επίλυση ενός πρωτότυπου προβλήματος σε απλά βήματα. Γι' αυτό το λόγο είναι από όλους παραδεκτό πως η μιχεβιοριστική προσέγγιση παρεμποδίζει την ανάπτυξη ανώτερης μαθηματικής σκέψης και πως η διδασκαλία των Μαθηματικών δεν θα πρέπει να στηρίζεται μόνο σε αυτή τη θεωρία μάθησης.

Επίδραση στη Εκπαιδευτική τεχνολογία : Τα Drill and Practice λογισμικά , όχι αμελητέα για την επίτευξη ταχύτητας και ακρίβειας της υπολογιστικής ικανότητας των μαθητών αλλά με λανθασμένη αντίληψη για το σκοπό της μάθησης : Όχι το αποτέλεσμα αλλά πως φτάνει κανείς σε αυτό.

2. Θεωρία του Ολομορφικού Πεδίου

Η δεύτερη μεγάλη οικογένεια θεωριών μάθησης έκανε την εμφάνισή της στις αρχές του 20ου αιώνα. Πρωτοπόροι ήταν τέσσερις Γερμανοί ψυχολόγοι: οι K. Lewin, W. Kohler, K. Koffka και M. Wertheimer. Η θεωρία τους για τη μάθηση επικεντρώνεται στη μελέτη του συνόλου και όχι στα μέρη, τα οποία τα αποτελούν. Για παράδειγμα, η κατανόηση της έννοιας του τριγώνου και των στοιχείων του (γωνίες, πλευρές, κ.ά.)

δεν γίνεται με την απομόνωση και μελέτη κάθε πλευράς χωριστά. Τα ύψη, οι διάμεσοι, οι διχοτόμοι δε διατηρούν τη σημασία τους, όταν αντικατασταθεί το τρίγωνο από τα τρία ευθύγραμμα τμήματα που το αποτελούν. Κατά συνέπεια, η μελέτη των μερών δεν είναι ο πιο αποδοτικός τρόπος για την κατανόηση του συνόλου όπως υποστήριξε η μιχεβιοριστική θεωρία.

Βασική παραδοχή της θεωρίας του ολομορφικού πεδίου είναι ότι η ολότητα της συμπεριφοράς του ατόμου περιλαμβάνει, από τη μία πλευρά στοιχεία του περιβάλλοντος, όπως τα βλέπει το πρόσωπο και από την άλλη στοιχεία του δρώντος προσώπου μέσα στο περιβάλλον. Ο άνθρωπος, δηλαδή, βρίσκεται σε αμοιβαία αλληλεπίδραση με το περιβάλλον του. Όσον αφορά στη μάθηση, η παραπάνω θεωρία υποστηρίζει ότι πρόκειται για διαδικασία απόκτησης ή μεταβολής διαισθήσεων, απόψεων ή πρότυπων σκέψεων. Για να επιτευχθεί η μάθηση πρέπει να αναπτυχθούν μέσα στο ζωτικό χώρο του ατόμου, δηλαδή στην ολότητα της συμπεριφοράς του σε δεδομένη στιγμή, πολλές δυνάμεις, οι οποίες αποτελούν έναν τελικό σκοπό. Έτσι, στη θεωρία του ολομορφικού πεδίου σημαντικό ρόλο για τη μάθηση παίζουν οι δυνάμεις, τα κίνητρα και ο τελικός σκοπός.

3. Θεωρία Επεξεργασίας της Πληροφορίας (A. Newell & H. Simon)

Κάτι που δεν ελάμβανε υπόψη η θεωρία των συνδέσμων του Thorndike ήταν οι ποιοτικές διαφορές μεταξύ των υπολογιστικών ικανοτήτων των ενηλίκων και των παιδιών. Τα παιδιά, για παράδειγμα, επινοούν πολύ διαφορετικές τεχνικές για τον υπολογισμό αριθμητικών παραστάσεων. Οι σύγχρονοι παιδαγωγοί – μαθηματικοί συμφωνούν βέβαια ότι η διδασκαλία των μαθηματικών πρέπει να βοηθά τα παιδιά να κατανοούν σε βάθος τις διάφορες μαθηματικές έννοιες και τις μαθηματικές δομές και όχι να τα οδηγεί στην απομνημόνευση και την μηχανική μάθηση γιατί με αυτό τον τρόπο το παιδί θα μπορέσει να επινοήσει και να κατασκευάσει τις δικές του τεχνικές επίλυσης προβλημάτων όταν η μνήμη του θα το εγκαταλείψει. Όμως υπάρχει και η άποψη ότι είναι χρήσιμο το παιδί να απομνημονεύει κάποια γεγονότα και τεχνικές ώστε να τα χρησιμοποιήσει αυτόματα όταν χρειάζεται. Με αυτό τον τρόπο η εξάσκηση οδηγεί στην αυτόματη αντίδραση κατά την οποία ανασύρονται προϋπάρχουσες γνώσεις.

Σε αυτά τα πλαίσια η **Θεωρία Επεξεργασίας Πληροφορίας** υιοθετεί ένα μοντέλο επεξεργασίας πληροφοριών από το ανθρώπινο μυαλό ανάλογο του ηλεκτρονικού υπολογιστή και στηρίζεται στην αντίληψη ότι το ανθρώπινο μυαλό συνεχώς προσλαμβάνει πληροφορίες από το εξωτερικό ή το εσωτερικό περιβάλλον, τις επεξεργάζεται και τις αποθηκεύει αναλόγως σε μνήμες διαφορετικής

χωρητικότητας. Ο εγκέφαλος, δηλαδή, λειτουργεί όπως ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής, στον οποίο εισάγονται στοιχεία πληροφοριών, γίνεται η επεξεργασία τους και προκύπτουν τα αποτελέσματα που δείχνουν ότι η μάθηση πραγματοποιήθηκε.

Σύμφωνα με τη θεωρία του **διασυνδεδεσιασμού (connectionism)** ο εγκέφαλος και οι λειτουργίες αντιστοιχούν σε ένα συνδεδεσικό δίκτυο το οποίο σχηματίζεται κατ' εικόνα των νευρώνων του νευρικού συστήματος : ένα αυτόματο i θα αποστείλει σε ένα άλλο αυτόματο j έναν ερεθισμό θετικό ή αρνητικό, δηλαδή είτε διεγερτικό είτε αποδιεγερτικό αντίστοιχα. Ο ερεθισμός αυτός θα προκαθορίζεται από την κατάσταση δραστηριότητας U_i του i ενώ εξαρτάται και από το βάρος W_{ij} του καναλιού μετάδοσης. Εξαιτίας της φύσης του συστήματος, μια ολική συνεργασία αναδύεται αυτόματα όταν οι καταστάσεις κάθε «νευρώνα» σε διέγερση φτάσουν σε ένα επίπεδο. Η τιμή ορισμένων συνθετικών αποτελεί την είσοδο (input) του συστήματος και η τιμή ορισμένων άλλων την έξοδο του (output). Η ερμηνεία των συνδεδεσικών μοντέλων μπορεί να μας δείξει πως οι νοητικές δομές μπορούν να αναδυθούν από τις νευρωνικές δομές.

Η θεωρία επεξεργασίας πληροφορίας δίνει μεγάλη έμφαση στη μνήμη. Η μνήμη, όπως είναι γνωστό, διακρίνεται σε **βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη**. Η βραχυπρόθεσμη αποτελεί **το χώρο επεξεργασίας των πληροφοριών**. Τα δεδομένα κωδικοποιούνται, εναποθηκεύονται προσωρινά εκεί και διατηρούνται για μερικά μόνο δευτερόλεπτα. Μέσω, όμως, της επανάληψης οι πληροφορίες διατηρούνται περισσότερο χρόνο, συστηματοποιούνται, δομούνται με κατάλληλο τρόπο και εναποθηκεύονται μόνιμα στη μακροπρόθεσμη μνήμη. Στην περίπτωση ανάκλησης των πληροφοριών από τη μακροπρόθεσμη μνήμη γίνεται πρώτα το πέρασμά τους στη βραχυπρόθεσμη και ύστερα η εξωτερική τους στο περιβάλλον. Η βραχυπρόθεσμη μνήμη έχει τη δυνατότητα να συγκρατήσει περιορισμένο μόνο αριθμό πληροφοριών σε μια δεδομένη στιγμή. Εάν είναι πλήρης, η νέα πληροφορία που έρχεται είτε από το εξωτερικό περιβάλλον, είτε από τη μακροπρόθεσμη μνήμη, γίνεται αποδεκτή στη θέση της παλιάς, η οποία χάνεται. Μέσω της επανάληψης, όμως, είναι δυνατό να διατηρηθεί η παλιά πληροφορία στη βραχυπρόθεσμη μνήμη για περισσότερο καιρό. Δυστυχώς, η επανάληψη δεν μπορεί να αυξήσει τη χωρητικότητα της βραχυπρόθεσμης μνήμης. Στο σημείο αυτό παρεμβαίνει αποτελεσματικά η έννοια του αυτοματισμού. Με τον όρο «αυτοματισμός» εννοούμε την εκτέλεση μιας διαδικασίας, χωρίς να χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή. Έτσι, δεν απαιτείται μνήμη για την εκτέλεση, με αποτέλεσμα να δημιουργείται περισσότερος χώρος για νέες πληροφορίες.

Οι έννοιες της **επανάληψης** και του **αυτοματισμού** έχουν πολύ μεγάλη σημασία για τη μάθηση των Μαθηματικών. Δεν θα πρέπει να ξεχνάμε, όμως, και τις αρνητικές τους πλευρές, τον κίνδυνο, δηλαδή, της καθαρά μηχανικής μάθησης. Η υιοθέτηση της θεωρίας επεξεργασίας πληροφοριών στη διδασκαλία των Μαθηματικών είναι πραγματικά αποτελεσματική, αν εκπληρώνει ορισμένες προϋποθέσεις. Οι μαθητές, λοιπόν, θα πρέπει να κατανοούν τις διάφορες μαθηματικές έννοιες και να τις συνδέουν με λογική σειρά, ώστε να μπορούν εύκολα να τις αποθηκεύουν στη μνήμη τους. Ο σωστός, εξάλλου, τρόπος ταξινόμησης των πληροφοριών στη μνήμη συμβάλλει άμεσα στην επιτυχία των μαθητών στα Μαθηματικά.

Επίδραση στη Εκπαιδευτική τεχνολογία :

Τα υπολογιστικά νευρωνικά δίκτυα συνιστούν μια εφαρμογή της πληροφορικής η οποία αντιστοιχεί στην παραπάνω προσέγγιση. Η πιο σημαντική εφαρμογή της θεωρίας αυτής είναι τα **έμπειρα διδακτικά συστήματα**. Στο σχεδιασμό Μαθησιακών Περιβαλλόντων οδηγεί στη διδακτική προσέγγιση της επίλυσης προβλημάτων

4. Θεωρία των Ιεραρχιών Μάθησης (R. Gagne)

Στα Μαθηματικά, όπως και σε άλλες επιστήμες, η διάρθρωση των περιεχομένων των βιβλίων, αλλά και η διδασκαλία του μαθηματικού αντικειμένου ακολουθούν μια πορεία από το απλό στο σύνθετο. Η καινούργια γνώση, δηλαδή, χτίζεται πάνω στην παλιότερη. Από τις θεωρίες μάθησης που είδαμε μέχρι στιγμής, καμία δεν μπόρεσε να εξηγήσει, γιατί η διάταξη της διδασκαλίας από το απλό στο σύνθετο και από το εύκολο στο δύσκολο είναι καλύτερη από άλλες. Όλες οι προηγούμενες θεωρίες υποστήριζαν και ακολουθούσαν την παραπάνω τακτική, αλλά καθαρά διαισθητικά. Δεν υπήρχε απάντηση στο ερώτημα *γιατί η μάθηση ευκολότερων εννοιών μας οδηγεί στη μάθηση πιο σύνθετων και δυσκολότερων;* Ο πρώτος, που προσπάθησε να δώσει εξήγηση με αυστηρό τρόπο, ήταν ο **Robert Gagne** (1970). Ο **Gagne** ανέπτυξε μια νέα θεωρία μάθησης, η οποία βασίζεται στην ιδέα ότι οι απλούστερες μαθηματικές δραστηριότητες αποτελούν τα δομικά υλικά για τις πιο πολύπλοκες, οι οποίες -με τη σειρά τους- μπορούν να αναλυθούν στα πιο απλά τους συστατικά. Πρότεινε δε μια διδακτική τεχνική της ανάλυσης θέματος στα γνωστικά του στηρίγματα. Με την παραδοχή ότι δεν απαιτείται το ίδιο είδος μάθησης για όλες τις καταστάσεις και όλα τα γνωστικά αντικείμενα ο **Cagne** προτείνει **οκτώ διαφορετικούς τύπους μάθησης -ιεραρχίες μάθησης- και τους συνδέει με συγκεκριμένες διδακτικές πρακτικές**. Ισχυρίζεται δε ότι πρέπει να περάσεις από την κατώτερη

μορφή για να πας στην ανώτερη. Οι τύποι αυτοί έχουν ιεραρχική δομή και από την απλούστερη προς την πιο σύνθετη είναι οι εξής;

1. **Μάθηση σημάτων** (Σκύλος του Pavlov)
2. **Μάθηση ερεθισμάτων- αντιδράσεων** (behaviorism)
3. **Μάθηση αλυσιδώσεων** (π.χ κολύμπι)
4. **Μάθηση λεκτικών συνειρμών** : Απομνημόνευση κανόνων, π.χ το $\pi = 3,14$
5. **Μάθηση πολλαπλής διάκρισης** : Η δυνατότητα του μαθητή να διαφοροποιεί τις αντιδράσεις του σε διάφορα ερεθίσματα. Ο μαθητής μπορεί να ξεχωρίσει σύμβολα ή σχήματα χωρίς να μπορεί κατ' ανάγκη να τα ονομάσει.
6. **Μάθηση εννοιών** : Ο μαθητής διαχωρίζει και κατανοεί έννοιες. Μπορεί να διακρίνει να αναπαράγει λεκτικούς συνειρμούς να παρουσιάσει παραδείγματα και αντιπαραδείγματα για μια έννοια. Π.χ οι 1,3,11 είναι πρώτοι αριθμοί ενώ οι 4,6,9 όχι
7. **Μάθηση κανόνων**: Μάθηση ορισμών και σχέσεων που διέπουν τις έννοιες
8. **Επίλυση προβλήματος**: Ανώτερη μορφή νοητικής δεξιότητας που προϋποθέτει ικανότητα σύνθεσης κανόνων και άλλων νοητικών δεξιοτήτων για την επίλυση πρωτότυπων – δεν τις έχει ξανασυναντήσει ο μαθητής και δεν διαθέτει αλγόριθμους επίλυσης- προβληματικών καταστάσεων. Συναρτάται με ερευνητική διαδικασία – διατύπωση υποθέσεων , έλεγχος, τροποποίηση, επαλήθευση

Ο **Cagne** εισήγαγε το μοντέλο του Διδακτικού Σχεδιασμού του οποίου τα τρία κύρια στάδια είναι:

1. Αξιολόγηση αναγκών: Προσδιορίζει κάθε δραστηριότητα του μαθητή και κάθε τμήμα γνώσης που πρέπει να προσκτηθεί από αυτόν.
2. Επιλογή διδακτικών μεθόδων και υλικού: Βασίζονται στην προηγούμενη ανάλυση και στηρίζονται σε μετρήσιμα μεγέθη συμπεριφοράς.
3. Αξιολόγηση του μαθητή: Τεστ που μας επιτρέπουν να αποφανθούμε για την επίτευξη των διδακτικών στόχων.

Επίδραση στην εκπαιδευτική τεχνολογία

- Προγράμματα παρουσίασης της πληροφορίας- Tutorials
- Συνδυασμός με Tutorials με Drill and Practice
- Ιεραρχική δομή παρουσίασης της πληροφορίας

- Ο στόχος στην αναβάθμιση της ποιότητας και της ποσότητας της παρεχόμενης πληροφορίας,

Τα προγράμματα αυτά κρίνονται επαρκή είτε για παροχή εποπτικής διδασκαλίας, είτε για την εμπέδωση χαμηλού επιπέδου γνώσεων και δεξιοτήτων, είτε για την αξιολόγηση και την προσωπική εργασία των μαθητών.

Ο Gagne αναγνώρισε το γεγονός ότι η εκμάθηση μιας έννοιας, ενός κανόνα ή η επίλυση ενός προβλήματος προϋποθέτουν την ύπαρξη κάποιων νοητικών δεξιοτήτων και κάποιων βασικών γνώσεων. Αυτό δείχνει πως ο μηχανισμός της μάθησης είναι επισωρευτικός, δηλαδή η εκμάθηση μιας νέας γνώσης βασίζεται στην προηγούμενη. Η μέθοδος που επινόησε ο Gagne στηρίζεται στην ερώτηση: «Τι πρέπει να γνωρίζει κάθε φορά ο μαθητής, για να φθάσει στο στόχο του;» Αυτή η τεχνική μάθησης άμα εφαρμόζεται σωστά, είναι πραγματικά αποτελεσματική, αφού παρεμποδίζει τη δημιουργία κενών στο μαθητή.

Γνωρίζουμε, όμως, πως ο τρόπος και η ταχύτητα εκμάθησης γνώσεων διαφέρει από άνθρωπο σε άνθρωπο. Είναι δυνατό, λοιπόν, κάποια άτομα να προσπερνούν τις απλές έννοιες και να μαθαίνουν τις πιο σύνθετες, χωρίς να έχουν τις προαπαιτούμενες γνώσεις. Αυτό συμβαίνει, κυρίως, όταν η παρακίνηση του παιδιού για μάθηση είναι μεγάλη ή όταν το γνωστικό αντικείμενο έχει πολλές εφαρμογές και τονίζεται η σημασία του. Σε αυτές τις περιπτώσεις, το άτομο μπορεί να φθάσει απευθείας στον τελικό του στόχο, χωρίς να ακολουθήσει τα ενδιάμεσα βήματα. Καμιά φορά, μάλιστα, αυτό έχει καλύτερο αποτέλεσμα. Πράγματι, ο Dienes απέδειξε ότι οι μαθητές που έμαθαν πρώτοι ένα πολύπλοκο παιχνίδι κι έμαθαν ύστερα μια πιο απλή παραλλαγή του χρειάστηκαν λιγότερο χρόνο από τους μαθητές, οι οποίοι ξεκίνησαν από το απλό και κατέληξαν στο πιο δύσκολο παιχνίδι. Το φαινόμενο αυτό μπορεί να εξηγηθεί λογικά ως εξής : Κατά την προσπάθειά του να κατακτήσει τον τελικό του στόχο, ο μαθητής, ανακαλύπτει και αποκτά έμμεσα όλες τις προαπαιτούμενες δεξιότητες .

Οι παραπάνω διαπιστώσεις επαληθεύουν, για μία ακόμη φορά, την πολυπλοκότητα του φαινομένου της μάθησης, καθώς και τον πολύ σημαντικό ρόλο, που διαδραματίζουν τα στοιχεία του χαρακτήρα και οι διαφορές του κάθε ατόμου. Παρόλα αυτά, η θεωρία μάθησης του Gagne μπορεί να βοηθήσει τους καθηγητές να εντοπίσουν τα πιθανά σημεία δυσκολίας των Μαθηματικών, να οργανώσουν τη διδασκαλία τους και, προσαρμόζοντάς την στις ιδιαιτερότητες του κάθε μαθητή, να τον οδηγήσουν στην κατανόηση ακόμα και των πιο δύσκολων μαθηματικών εννοιών.

5. Αναπτυξιακή Θεωρία

Μέχρι τις αρχές του 20ού αιώνα επικρατούσε η άποψη ότι τα παιδιά, ανεξαρτήτως ηλικίας, μπορούν να σκέφτονται όπως οι μεγάλοι. Έτσι, η διδασκαλία των Μαθηματικών στα σχολεία, τόσο στους μικρότερους, όσο και στους μεγαλύτερους μαθητές, ήταν παρόμοια. Περιλάμβανε, δηλαδή, παρουσίαση του μαθήματος με τη μέθοδο της διάλεξης, σημειώσεις από τους μαθητές και στο τέλος επίλυση ασκήσεων. Όλα αυτά, όμως, άλλαξαν, με το έργο του Ελβετού γενετικού επιστημολόγου Jean Piaget (1896 - 1980) για τα στάδια της νοητικής ανάπτυξης. Ο Piaget, μελετώντας τα αποτελέσματα ενός τεστ ευφυΐας, που έκανε στο πειραματικό σχολείο του Παρισιού, παρατήρησε ότι τα παιδιά μιας ορισμένης ηλικίας έκαναν παρόμοια λάθη, τα οποία ήταν ποιοτικά διαφορετικά από τα λάθη των παιδιών μεγαλύτερης ή μικρότερης ηλικίας. Έτσι, κατέληξε στο συμπέρασμα πως η νοητική ανάπτυξη του ανθρώπου εξελίσσεται σε στάδια, με αμετάβλητη σειρά διαδοχής. Το 1950 δημοσιεύει την μελέτη του « Εισαγωγή στην Γενετική Επιστημολογία» ορίζοντας σαν Γενετική Επιστημολογία την μελέτη της ανάπτυξης της γνώσης. Κυρίαρχη ιδέα σε αυτή τη θεωρία είναι ο Δομικός Γνωστικισμός ή στρουκτουραλισμός βάσει του οποίου **κάθε γνωστικό σύστημα αυτοοργανώνεται και από τα αρχικά του χαρακτηριστικά εξελίσσεται προς καταστάσεις ισορροπίας**. Παράλληλα επισημαίνει ότι **οι γνώσεις του κάθε ατόμου δεν είναι αντίγραφα της πραγματικότητας αλλά αφομοιώσεις του πραγματικού σε δομές διαμόρφωσης και μεταμόρφωσης : γνωρίζω ένα αντικείμενο σημαίνει ενεργώ σε αυτό και το μεταμορφώνω**.

Βασικές αρχές της θεωρίας του Piaget

Ο Piaget έβλεπε τη γνώση σαν μια διαδικασία προσαρμογής του ατόμου προς το περιβάλλον του. Ο άνθρωπος και το περιβάλλον του αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Η νόηση είναι η ισορροπία αυτής της αλληλεπίδρασης. Για να φτάσει, όμως, κάποιος στη νόηση, είναι απαραίτητο να υπάρχει αφομοίωση. Το άτομο θα πρέπει, δηλαδή, να μεταβάλλει μια καινούργια εμπειρία με κατάλληλο τρόπο, ώστε να μπορέσει να την απορροφήσει. Η μεταβολή αυτή της εμπειρίας γίνεται από μία ανθρώπινη λειτουργία, τη συμμόρφωση. Χωρίς τη συμμόρφωση και την αφομοίωση δεν υπάρχει προσαρμογή. Και βέβαια, όλα αυτά δεν συντελούνται χωρίς κάποια ώθηση. Η κινητήρια δύναμη, λοιπόν, για τη νοητική ανάπτυξη είναι η τάση που έχει κάθε οργανισμός να δημιουργεί αρμονική σχέση με το περιβάλλον του. Συνοψίζοντας:

■ Όλα τα ζώντα όντα προσαρμόζονται στο περιβάλλον , ακόμα και αυτά που δεν έχουν εγκέφαλο

■ Η προσαρμογή αυτή (adaptation) έχει δύο συνιστώσες την **αφομοίωση (assimilation)** και τη **συμμόρφωση (accommodation)**

Αφομοίωση : Η ενέργεια του οργανισμού να εντάξει μια κατάσταση σε σχήματα δραστηριοτήτων που ήδη διαθέτει (Σχήμα = μια μονάδα μάθησης που έχει κατακτήσει)

Συμμόρφωση : Οι ενέργειες του οργανισμού ώστε να επιτύχει ένα σκοπό ανάλογα με τις απαιτήσεις του περιβάλλοντος

Η **Προσαρμογή** που αποτελεί σύνθεση της **αφομοίωσης + συμμόρφωσης** συνιστά βασική βιολογική διαδικασία η οποία επεκτείνεται και στη διαδικασία μάθησης του ατόμου

■ Η κινητήρια δύναμη που οδηγεί σε νοητική ανάπτυξη είναι η τάση των οργανισμών – και του μυαλού – για εξισορρόπηση (equilibrium) με το περιβάλλον

Equilibrium = η ισορροπία ανάμεσα στην δομή του μυαλού μας και στα ερεθίσματα του περιβάλλοντος

■ Οι διανοητικές ικανότητες οικοδομούνται πάνω στις παλιές χωρίς να συσσωρεύονται η μία πάνω στην άλλη

Τα τέσσερα στάδια της διανοητικής ανάπτυξης του παιδιού σύμφωνα με τον Piaget είναι τα εξής :

- Αισθησιοκινητικό (0-2 ετών)
- Προσυλλογιστικό(2-7 ετών)
- Στάδιο συγκεκριμένων ενεργειών- συλλογιστικό (7-12 ετών)
- Στάδιο αφηρημένων ενεργειών (12 και άνω) – αφηρημένη σκέψη

1. Αισθησιοκινητικό στάδιο (0-2 χρόνια).

Στο στάδιο αυτό, το παιδί αντιλαμβάνεται το περιβάλλον του μέσω των αισθήσεων του (κυρίως όραση, ακοή και αφή). Δεν μπορεί, όμως, να εκφράσει με λέξεις οτιδήποτε βρίσκεται γύρω του και για αυτό αρκείται μόνο στην παρατήρηση. Τέλος, σκέφτεται εγωκεντρικά και δεν μπορεί να αντιληφθεί τις διάφορες καταστάσεις από άλλη οπτική γωνία, εκτός από τη δική του.

2. Προσυλλογιστικό στάδιο (2-7 χρόνια).

Στο στάδιο αυτό, το παιδί αρχίζει να διαμορφώνει τη γλώσσα επικοινωνίας και να μαθαίνει κάποιες στοιχειώδεις έννοιες. Ταξινομεί τα διάφορα αντικείμενα με βάση τις ομοιότητες τους, όμως δεν μπορεί ακόμα να συγκεντρώσει την προσοχή του σε περισσότερες από μία καταστάσεις. Επίσης, ενώ γνωρίζει τη σημασία των εννοιών *μακρύ, κοντό, βαρύ, ελαφρύ, ψηλό, χαμηλό, πλατύ, στενό*, δεν έχει την αίσθηση της ποσότητας. Έτσι, αν βάλουμε την ίδια ποσότητα νερού σε ένα ψηλό ποτήρι, το παιδί θα νομίσει πως το νερό είναι περισσότερο. Οι μαθηματικές γνώσεις του παιδιού στο προσυλλογιστικό στάδιο περιορίζονται σε αυτές που προέρχονται μέσα από πρακτικές δραστηριότητες. Έτσι, το παιδί αναγνωρίζει τον κύκλο, το τρίγωνο, το τετράγωνο, αλλά δεν μπορεί να διατυπώσει τις ιδιότητές τους. Επίσης τα παιδιά έχουν εικονικές αναπαραστάσεις και χρησιμοποιούν σύμβολα, αντιλαμβάνονται τη σχέση παρελθόντος – παρόντος αλλά δεν μπορούν να συλλογιστούν ούτε επαγωγικά ούτε με απαγωγή

3. Στάδιο συγκεκριμένων ενεργειών (7-12 χρόνια).

Στην ηλικία αυτή, το παιδί διαμορφώνει πιο συστηματική και πιο λογική σκέψη. Έτσι, αρχίζει να αντιλαμβάνεται σχέσεις μεταξύ πραγμάτων ή προσώπων, εκτελεί αντιστρέψιμες πράξεις, αποδέχεται την αντιστροφή κάποιων ενεργειών και συνεργάζεται με άλλα άτομα. Αντιλαμβάνεται, επίσης, τη διατήρηση της ποσότητας, - ειδικότερα αριθμού, υγρού όγκου, μήκους, μάζας και εμβαδού - συγκρίνει και συσχετίζει αντικείμενα και καταστάσεις, διατάσσει πράγματα σε σειρά με βάση κάποια χαρακτηριστικά τους και αναπτύσσει την ικανότητα της νοητικής αναπαράστασης. Στο στάδιο των συγκεκριμένων νοητικών ενεργημάτων, το παιδί αρχίζει να επεξεργάζεται κάποιες απλές μαθηματικές έννοιες, όπως αυτές του συνόλου, της διάταξης, του μήκους, του βάρους, του εμβαδού, κ.λ.π. Είναι ικανό για λογική διαχείριση των συμβόλων ενώ στο τέλος αυτής της περιόδου αναπτύσσει την έννοια της ταξινόμησης, της διάταξης και της διαδοχικότητας καθώς και την έννοια του συνόλου. Δεν έχει, όμως, ακόμη την ικανότητα να κατανοήσει πιο πολύπλοκες έννοιες, οι οποίες συνδέονται με την αφαιρετική σκέψη.

4. Στάδιο της αφηρημένης σκέψης ή των αφηρημένων συλλογισμών (12 χρόνων και μεγαλύτερο).

Το κυρίαρχο χαρακτηριστικό αυτής της περιόδου είναι η ανάπτυξη της αφαιρετικής σκέψης, της σκέψης, δηλαδή, που δε στηρίζεται σε άμεσες

εποπτείες. Έτσι διαμορφώνει αφηρημένες εικασίες και με βάση αυτές οδηγείται σε συμπεράσματα. Ο έφηβος δε χρειάζεται πια συγκεκριμένα παραδείγματα, για να κατανοήσει μια έννοια, αλλά μπορεί να βασίζεται σε υποθέσεις, τόσο πραγματικές, όσο και φανταστικές. Η χρήση των αφηρημένων συλλογισμών επιτρέπει στον έφηβο να κάνει κριτική και να επινοεί θεωρίες. Αυτός είναι κι ένας από τους βασικούς λόγους που οι έφηβοι οραματίζονται και ζουν στο μέλλον κι όχι μόνο στο παρόν. Στην ηλικία των 15-16 χρόνων, η νοημοσύνη αρχίζει να παίρνει την τελική της ισορροπία. Έτσι, δημιουργείται ένα νέο είδος κρίσης, η οποία δε στηρίζεται πλέον σε αντικείμενα, αλλά σε καταστάσεις και υποθέσεις. Οι συλλογισμοί του εφήβου κατά την περίοδο αυτή παρουσιάζουν δύο βασικά χαρακτηριστικά τη συνδυαστικότητα και τη δυνατότητα αντιστροφής και αμοιβαιότητας. Η συνδυαστικότητα κάνει τους συλλογισμούς να αποκτήσουν ευελιξία και να μπορούν πια να απομακρυνθούν από τις πρώτες συνδέσεις τους. Η αντιστροφή και η αμοιβαιότητα έχουν σαν αποτέλεσμα να μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας συλλογισμός, είτε ως αντίστροφος, είτε ως αμοιβαίος. Ο έφηβος στο στάδιο των αφηρημένων συλλογισμών μπορεί, επίσης, να επεξεργαστεί συστήματα τριών ή περισσότερων μεταβλητών, καθώς και να εργαστεί με τύπους, όπως $E=a*b$, στους οποίους κάθε γράμμα αντιπροσωπεύει ένα μοναδικό αριθμό. Τέλος, μετά την ηλικία των 16-17 χρόνων, είναι σε θέση να δουλέψει με τύπους, χωρίς, όμως, να αντιστοιχεί κάθε γράμμα σε έναν αριθμό, και μπορεί να εργαστεί σε νέα μαθηματικά συστήματα, όπως είναι το σύνολο των πινάκων, οι διανυσματικοί χώροι και άλλα.

Τα παραπάνω τέσσερα στάδια νοητικής ανάπτυξης χαρακτηρίζονται από την ιεραρχία τους. Σύμφωνα με τον Piaget, η σειρά διαδοχής παραμένει αναλλοίωτη. Είναι, όμως, δυνατό το πέρασμα από το ένα στάδιο στο άλλο να επιταχυνθεί, ανάλογα με το περιβάλλον του παιδιού, το κοινωνικό του στρώμα, κ.λ.π.. Αυτό που θα πρέπει να συγκρατήσουμε είναι ότι, για να φθάσουμε σε ένα ορισμένο στάδιο, πρέπει να έχουμε περάσει πρώτα από τα προηγούμενα, ώστε να έχουμε την προκαταρκτική υποδομή, η οποία θα επιτρέψει την περαιτέρω πρόοδο. Η θεωρία του Piaget για τη μάθηση αποτελεί ένα από τα πιο σημαντικά έργα, που μελετάνε αυτό το αντικείμενο, και έχει επηρεάσει άμεσα τη διαδικασία διδασκαλίας σε πολλές χώρες. Οι συνέπειες για τη διδασκαλία συνοψίζονται ως εξής:

- Η μάθηση πρέπει να συντελείται μέσα από εκπαιδευτικές δραστηριότητες κατάλληλες για το στάδιο νοητικής ανάπτυξης στο οποίο βρίσκεται ο μαθητής

- Οι δραστηριότητες θα πρέπει να οδηγούν τον μαθητή μέσα από «διατάραξη» του equilibrium στην οικοδόμηση νέων γνώσεων και την ένταξή τους στο γνωστικό του οικοδόμημα

Επίδραση στην εκπαιδευτική τεχνολογία

Πάνω στις απόψεις του Piaget αναπτύχθηκε η παιδαγωγική θεωρία της LOGO. Η γλώσσα προγραμματισμού LOGO σχεδιάστηκε στα τέλη της δεκαετίας του '60, για εκπαιδευτικούς κυρίως σκοπούς, στο Τεχνολογικό Ινστιτούτο Μασαχουσέτης (M.I.T.), από ομάδα ερευνητών στην Τεχνητή Νοημοσύνη με επικεφαλής τον Seymour Papert. Το όνομά της οφείλεται στην Ελληνική λέξη «λόγος» (λογικό). Βασίζεται σε δύο κύρια επιχειρήματα του εμπνευστή της:

- Η εμπειρία με την LOGO οδηγεί στην απόκτηση γνωστικών δεξιοτήτων επίλυσης προβλημάτων, δεξιότητες που μπορούν να μεταφερθούν και σε άλλα μαθήματα.
- Η LOGO συνιστά έναν ιδανικό χώρο για τη μάθηση μαθηματικών εννοιών όπως μεταβλητή, αναδρομικότητα κ.λπ.

Ο (S. Papert) διατύπωσε την κονστρακτιονιστική κατασκευαστική (constructionist) προσέγγιση για τη μάθηση σύμφωνα με την οποία :

Η μάθηση είναι αποτελεσματική όταν ο μαθητής πειραματίζεται κατασκευάζοντας ένα προϊόν που έχει νόημα για τον ίδιο.

Οι constructionist πηγαίνουν ένα βήμα πιο πέρα από τους constructivists και επιδιώκουν να δημιουργήσουν περιβάλλοντα όπου τα παιδιά παίζουν και χειρίζονται αντικείμενα και μπορούν, συνεπώς, να συνεχίσουν να μαθαίνουν νέους συλλογισμούς με φυσικό τρόπο και πέρα από την καθιερωμένη εκπαίδευση.

6. Η Θεωρία της Ανακάλυψης του Bruner

Βασική αρχή: Οι μαθητές ανακαλύπτουν αρχές ή αναπτύσσουν δεξιότητες μέσω πειραματισμού και πρακτικής.

Μετά την αναπτυξιακή θεωρία του Piaget, πολλοί ψυχολόγοι και παιδαγωγοί προσπάθησαν να μελετήσουν παραπέρα το φαινόμενο της μάθησης. Ένας από αυτούς ήταν και ο Jerome Bruner, ο οποίος έδωσε έμφαση στη σημασία της ανακάλυψης και της διαίσθησης. Ο Bruner πίστευε πως ο βασικός ρόλος του καθηγητή είναι να βοηθάει τους μαθητές του να ανακαλύπτουν μόνοι τους τη γνώση. Φυσικά, υπάρχουν ποικίλοι τρόποι ανακάλυψης, όπως η μαιευτική μέθοδος του Σωκράτη, η εξερεύνηση κάποιων προβληματικών καταστάσεων, που σχετίζονται άμεσα με το μαθητή, η κατασκευή ειδικών προβλημάτων, μέσα από τα οποία μπορεί

το παιδί να κατανοήσει κάποιες έννοιες και να βγάλει κανόνες, κ.ά.. Η σημασία της ανακάλυψης δεν εντοπίζεται τόσο στο αποτέλεσμα της, όσο στην ίδια τη διαδικασία εξερεύνησης. Ο Bruner, όπως και ο Piaget, επέμενε πολύ στο ρόλο της ενεργητικότητας του ατόμου. Πίστευε πως η **γνώση δε μεταδίδεται, αλλά κατασκευάζεται και κατακτάται από το μαθητή**. Η μάθηση **απαιτεί εξερεύνηση, πειραματισμό, ανακατασκευή της γνώσης, ανακάλυψη**. Η παθητική στάση του μαθητή παρεμποδίζει τις παραπάνω διαδικασίες και αποτελεί ανασταλτικό παράγοντα της απόκτησης γνώσης. Βέβαια, η μέθοδος της ανακάλυψης παρουσιάζει αρκετές δυσκολίες. Για παράδειγμα, απαιτεί πολύ χρόνο και κάποιες ιδιαίτερες ικανότητες από τους μαθητές. Αυτά, όμως, δεν είναι τίποτα άλλο, παρά τεχνικά προβλήματα, τα οποία, σε σχέση με την προσφορά της ανακαλυπτικής μεθόδου στη μάθηση, φαίνονται ασήμαντα και μπορούν να αντιμετωπιστούν. Ο Bruner τόνιζε στη θεωρία του, εκτός των άλλων, και **τη σημασία της διαίσθησης για την κατανόηση των Μαθηματικών**. Η διαισθητική σκέψη, σε αντίθεση με την αναλυτική, δεν προχωρά με προσεκτικά, σαφή βήματα. Η διαισθητική σκέψη είναι συμπληρωματικής φύσεως. Επιτρέπει ελευθερία, μεγάλα άλματα, χρήση της σύντομης οδού και κατασκευάζει κατά κάποιο τρόπο ένα δρόμο, πάνω στον οποίο θα κινηθεί με καθορισμένα, βαθμιαία βήματα η αναλυτική σκέψη. Η διαίσθηση, επομένως, είναι πολύ σημαντική για τη μάθηση και η καλλιέργειά της θα πρέπει να είναι ένας από τους βασικούς σκοπούς της διδασκαλίας των Μαθηματικών.

Η άποψη του Bruner σχετικά με τη μάθηση και τη διδασκαλία ήταν πολύ προοδευτική για την εποχή εκείνη (δεκαετία 1950-1960) και αποτέλεσε βασικό κίνητρο για τη μεταρρύθμιση της μαθηματικής εκπαίδευσης, που έγινε λίγο αργότερα. Ο Bruner πίστευε πως οποιοδήποτε θέμα μπορεί να γίνει κατανοητό από τους μαθητές, εάν ο καθηγητής λάβει υπόψη του το στάδιο νοητικής ανάπτυξης του παιδιού και προσαρμόσει κατάλληλα το θέμα στο επίπεδο του μαθητή. Τίποτα δεν είναι από τη φύση του δυσνόητο. Η δυσκολία βρίσκεται στο να βρεθεί η σωστή προσέγγιση και ο ανάλογος τρόπος για την παρουσίασή του. Άμεση συνέπεια των παραπάνω απόψεων του Bruner ήταν η εφαρμογή του σπειροειδούς προγράμματος ανάπτυξης του μαθηματικού περιεχομένου. Το πρόγραμμα αυτό, που εφαρμόζεται ακόμη και σήμερα, έχει ως κεντρική ιδέα τη διδασκαλία των βασικών εννοιών, προσαρμοσμένων, όμως, στο ανάλογο στάδιο νοητικής ανάπτυξης, από πολύ νωρίς και την επανάληψή τους στις μεγαλύτερες τάξεις με συνεχή εμπλουτισμό κάθε φορά με νέα στοιχεία.

Συνοψίζοντας οι βασικές αρχές της ανακαλυπτικής μεθόδου για τη μάθηση του Bruner είναι οι εξής:

- Ο βασικός ρόλος του δασκάλου είναι να βοηθήσει και να ενθαρρύνει τους μαθητές του να ανακαλύψουν μόνοι τους τις μαθηματικές έννοιες
- Η μάθηση είναι ενεργητική διαδικασία που συμπεριλαμβάνει πειραματισμό, εξερεύνηση, ανακάλυψη και ανακατασκευή της γνώσης
- Βασικός σκοπός της διδασκαλίας είναι η καλλιέργεια της διαισθητικής σκέψης του παιδιού
- Παράλληλα αντιδιαστέλει την αναλυτική με την διαισθητική σκέψη όπου η αναλυτική σκέψη χαρακτηρίζεται από απλά, σαφή βήματα και πλήρης συνείδηση των στοιχείων και των λειτουργιών της ενώ η διαισθητική σκέψη χαρακτηρίζεται από νοητικά άλματα, στηρίζεται στην οικειότητα του μαθητή με το αντικείμενο και τα συμπεράσματα ελέγχονται στη συνέχεια με αναλυτικά μέσα. Η διαισθητική σκέψη οδηγεί σε εικασίες άξιες ελέγχου και διερεύνησης αν και η φύση της είναι συμπληρωματική
- Ο Bruner θεωρεί ότι όλοι μπορούν να τα μάθουν όλα- απλά από διαφορετικό δρόμο για αυτό το λόγο ο στόχος της διδασκαλίας είναι να αντιληφθεί ο μαθητής και να κατανοήσει την δομή της κάθε έννοιας (για παράδειγμα η δομή της εξίσωσης είναι: μετατροπή του προβλήματος, διανομή μεταβλητών, συσχέτιση-δημιουργία τύπου). Επίσης πιστεύει ότι ο μαθητής πρέπει να έρχεται σε επαφή με την έννοια περιοδικά (μοντέλο σπινάκι).

Η πορεία της μάθησης μέσω ανακάλυψης σύμφωνα με τον Bruner αποτελείται από τα εξής τρία στάδια:

1ο στάδιο: Μέσα από χειρισμό και επεξεργασία διαφόρων υλικών το παιδί

ανακαλύπτει κάποιες κανονικότητες, κάποια πρότυπα που αντιστοιχούν στα διαισθητικά πρότυπα που ήδη έχει σχηματίσει

2ο στάδιο: Συνδυάζει τα πρότυπα μέσα στο μυαλό του με αυτά που βιώνει στον εξωτερικό κόσμο

3ο στάδιο: Αναδιοργανώνει τις γνωστές του ιδέες ώστε να ανταποκρίνονται στα νέα του πρότυπα

Ενώ η αντιπροσώπευση των εννοιών πραγματοποιείται σε τρία διαφορετικά επίπεδα:

- Επίπεδο δράσης (Χειρισμός των υλικών)
- Εικονικό επίπεδο (Διαπραγματεύση νοητικών εικόνων των αντικειμένων)
- Συμβολικό επίπεδο (Επεξεργάζεται σύμβολων και όχι πλέον εικόνων)

Δηλαδή ο μαθητευόμενος, προκειμένου να κατανοεί τις πληροφορίες και να αναπτύσσεται γνωστικά, οικοδομεί αρχικά έμπρακτες αναπαραστάσεις, που σχετίζονται με την εκτέλεση δράσεων (μικρές ηλικίες), στη συνέχεια εικονικές αναπαραστάσεις, αντιστοιχούν σε δομές χώρου και είναι ανεξάρτητες της δράσης ενώ αποτελούν εσωτερικές νοητικές εικόνες, και τελικά συμβολικές αναπαραστάσεις, είναι η αναπαράσταση σχέσεων με αφηρημένα σύμβολα, με δυνατότητα διαφόρων συσχετισμών και διατύπωσης θεωριών.

Επίδραση στην εκπαιδευτική τεχνολογία :

Διερευνητικά Περιβάλλοντα Μάθησης

Σύμφωνα με τη βασική αρχή ότι η γνώση του κόσμου οικοδομείται από το άτομο, βασικός στόχος στο σχεδιασμό σύγχρονου εκπαιδευτικού λογισμικού είναι να παρέχει αυθεντικές μαθησιακές δραστηριότητες (ενταγμένες σε διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων) και να ενθαρρύνει την έκφραση και την προσωπική εμπλοκή

7. Κοινωνικοπολιτισμικές θεωρίες – Η θεωρία της δραστηριότητας (Vygotsky, Leontiev, Luria, Nardi)

Σύμφωνα με τον Vygotsky η μάθηση είναι διαδικασία κοινωνικής αλληλεπίδρασης. Το άτομο μέσα από τη συνεργασία με άλλα άτομα αναπτύσσει ικανότητες και δεξιότητες που διαφορετικά θα βρίσκονταν σε λανθάνουσα κατάσταση εξέλιξης.

Το παιδί στην διαδικασία αυτή δεν είναι παθητικός δέκτης αλλά δρών υποκείμενο που διαμορφώνει με τις πράξεις του τη γνωστική του πραγματικότητα. Βασική αρχή της θεωρίας του είναι η «ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης» (zone of proximal development) που αποτελεί την ανεξερευνήτη περιοχή του εσωτερικού δυναμικού του μαθητή ο οποίος βρίσκεται σε μία εν δυνάμει λανθάνουσα κατάσταση εξέλιξης. Εδώ φαίνεται η σημασία της διαμεσολάβησης του ενηλίκου (δάσκαλο, γονέα) και ο ρόλος του κοινωνικού περιβάλλοντος στην γνωστική ανάπτυξη του μαθητή. Κάθε άτομο έχει ένα πυρήνα γνώσεων που χρησιμοποιείται για την πραγματοποίηση δραστηριοτήτων. Γύρω από αυτό τον πυρήνα τοποθετείται η «ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης» η οποία μπορεί να πραγματοποιήσει δραστηριότητες μόνο όταν συνεπικουρείται από άλλους.

Κατά τον Vygotsky η νοητική ανάπτυξη είναι μια διαδικασία αδιάρρηκτα συνδεδεμένη με την ιστορική διάσταση και το πολιτισμικό πλαίσιο μέσα στο οποίο συντελείται. Δεν υπάρχει μαθησιακή δραστηριότητα έξω από το κοινωνικό, ιστορικό και πολιτισμικό πλαίσιο μέσα στο οποίο διαδραματίζεται. Σύμφωνα με την **Θεωρία της Δραστηριότητας** η ανθρώπινη δράση διαμεσολαβείται από πολιτισμικά σύμβολα (cultural signs) λέξεις και εργαλεία τα

οποία επιδρούν στη δραστηριότητα του ατόμου και συνεπώς στις νοητικές του διεργασίες. Η δραστηριότητα γίνεται με τη διαμεσολάβηση εργαλείων (όργανα, σήματα, γλώσσες) τα οποία δημιουργούνται από τα άτομα για να ελέγξουν τη συμπεριφορά τους. Τα ψυχολογικά εργαλεία της μάθησης είναι η γλώσσα, η γραφή, τα συστήματα αρίθμησης και τα αναπαραστασιακά συστήματα. Η κατανόηση συνδέεται με το είδος των εργαλείων που χρησιμοποιούνται για τη μάθηση.

Συνέπειες για την διδασκαλία

- Η διδασκαλία πρέπει να συντελείται με κατάλληλα εργαλεία
- Πρέπει να συντελείται σε κοινωνικό περιβάλλον
- Ο ρόλος της παρέμβασης του ενήλικα είναι καθοριστικός

Επίδραση στην εκπαιδευτική τεχνολογία :

Το εκπαιδευτικό λογισμικό, αν είναι κατάλληλα σχεδιασμένο αποτελεί εργαλείο μάθησης. Η θεωρία της δραστηριότητας έχει σημαντικές εφαρμογές στις έρευνες που αφορούν την επικοινωνία ανθρώπου-μηχανής και ειδικότερα στο σχεδιασμό μαθησιακών περιβαλλόντων με υπολογιστή (συνεργατική μάθηση). Η **συνεργατική μάθηση** (collaborative learning) με υπολογιστή βασίζεται στην αλληλεπίδραση ανάμεσα στο υποκείμενο(μαθητή), το αντικείμενο(στόχο μάθησης) και τα διαθέσιμα εργαλεία.

8. Κονστρουκτιβισμός

Οι απόψεις του Piaget για τη μάθηση είχαν μεγάλη απήχηση και επέδρασαν άμεσα στη διαμόρφωση των αντιλήψεων και των διδακτικών προσεγγίσεων των παιδαγωγών. Η αναπτυξιακή θεωρία, στην οποία αναφερθήκαμε σε προηγούμενη παράγραφο, αποτέλεσε την αφετηρία μιας νέας κατεύθυνσης στην ψυχοπαιδαγωγική, της θεωρίας του κονστρουκτιβισμού. Οι Piaget, Dienes, Sinclair, κύριοι εκφραστές της κατασκευαστικής θεωρίας, όπως αλλιώς ονομάζεται ο κονστρουκτιβισμός, έδωσαν με τις εργασίες τους μια νέα διάσταση στην έννοια της μάθησης.

Η βασική παραδοχή του κονστρουκτιβισμού είναι ότι ο άνθρωπος κατασκευάζει ενεργά και σύμφωνα με τα γνωστικά του αποθέματα τη γνώση και δεν τη δέχεται παθητικά. Η κινητήρια δύναμη για την κατασκευή της νέας γνώσης είναι πάντα μια προβληματική κατάσταση, την οποία οι υπάρχουσες γνώσεις του ατόμου δεν μπορούν να αντιμετωπίσουν. Δημιουργείται έτσι μια διανοητική αστάθεια που οδηγεί σε διανοητική δράση και σε τροποποίηση προηγούμενων αντιλήψεων και ιδεών για να ερμηνευθεί η νέα εμπειρία. Αυτή η ασυμφωνία και αστάθεια οδηγεί τον άνθρωπο σε ενεργοποίηση των ήδη υπάρχουσών γνωστικών δομών, σε τροποποίησή

τους και σε κατασκευή νέων γνώσεων, προκειμένου να ερμηνευτεί και να επιλυθεί το πρόβλημα.

Έχει παρατηρηθεί ότι τα παιδιά προτιμούν να επινοούν και να κατασκευάζουν δικούς τους τρόπους επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων, παρά να ακολουθούν τις υποδείξεις των καθηγητών. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούν οι μαθητές βασίζονται στις προηγούμενες μαθηματικές τους γνώσεις. Έτσι, η διαφορά αυτών των μεθόδων είναι ουσιαστικά η διαφορά των γνώσεων που προϋπάρχουν. Επίσης είναι γεγονός πως οι καταστάσεις, τις οποίες οι μαθητές βρίσκουν προβληματικές, προσελκύουν κατά πολύ το ενδιαφέρον τους. Τα παιδιά, ανάλογα με τη μαθηματική τους ωριμότητα και με το στάδιο νοητικής τους ανάπτυξης, προσπαθούν να επιλύσουν εκείνα τα προβλήματα που τους κάνουν αίσθηση. Με αυτό τον τρόπο ενεργοποιείται η μάθηση και οι μαθητές αποκτούν τις διάφορες γνώσεις

Η θεωρία του κονστρουκτιβισμού δίνει, τέλος, μεγάλη έμφαση στο ρόλο και τη συμβολή της κοινωνικής ομάδας στην κατασκευή της γνώσης. Η διαφορά των ιδεών και των απόψεων των μελών της ομάδας προκαλεί αστάθεια, με αποτέλεσμα να γίνεται αναδιοργάνωση της προηγούμενης γνώσης και κατάκτηση της νέας μέσα σε κλίμα επικοινωνίας και συνεργασίας.

Άρα συνοψίζοντας για τους constructivists :

- Η μάθηση των μαθηματικών είναι διαδικασία επίλυσης προβλήματος
- Τα παιδιά επινοούν τις δικές τους ιδέες και στρατηγικές επίλυσης
- Η κοινωνική αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών είναι καθοριστικής σημασίας για την μάθηση

Έτσι βασικός στόχος της διδασκαλίας είναι η παροχή ευκαιριών και η καλλιέργεια κινήτρων για να κατασκευάσει μόνο του το παιδί τις θεμελιώδεις μαθηματικές ιδέες και να συνειδητοποιήσει της δυνατότητές του για μαθηματική σκέψη και μάθηση. Ο δάσκαλος είναι ο δημιουργός των προβληματικών καταστάσεων που συντονίζει την μαθησιακή διαδικασία και εναρμονίζει τους στόχους του αναλυτικού προγράμματος με τα ενδιαφέροντα των μαθητών

Επίδραση στην εκπαιδευτική τεχνολογία:

Ανοικτά Προγράμματα Διερεύνησης και Ανακάλυψης και Συνεργατικά

Περιβάλλοντα Μάθησης

Ο οικοδομισμός συνιστά σήμερα ένα από τα κυρίαρχα μοντέλα στο σχεδιασμό σύγχρονου εκπαιδευτικού λογισμικού. Στόχος του είναι να παρέχει μαθησιακές δραστηριότητες ενταγμένες σε διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων ώστε να

γεφυρώνεται το χάσμα που υπάρχει ανάμεσα στο σχολείο και στις δραστηριότητες έξω από το σχολείο.

Οι βασικές αρχές για τον σχεδιασμό μαθησιακών περιβαλλόντων με υπολογιστή, σύμφωνα με τον οικοδομισμό, είναι :

- Παροχή εμπειριών που αφορούν με την διαδικασία οικοδόμησης της γνώσης.
- Παροχή εμπειριών πολλαπλών προοπτικών.
- Ενσωμάτωση της μάθησης σε ρεαλιστικά περιβάλλοντα που σχετίζονται με τον πραγματικό κόσμο. Εμπέδωση της μάθησης μέσω κοινωνικής εμπειρίας.
- Ενθάρρυνση της χρήσης πολλαπλών μορφών αναπαράστασης.
- Ενθάρρυνση της αυτοσυναίσθησης στη διαδικασία οικοδόμησης της γνώσης.

Συμπεράσματα

Από την επισκόπηση των θεωριών μάθησης που προηγήθηκε ένα βασικό συμπέρασμα πιστεύουμε ότι είναι το γεγονός ότι η ουσιαστική μάθηση του μαθηματικού αντικείμενου είναι μια πιο τις πιο πολύπλοκες διαδικασίες και για να επιτευχθεί πρέπει να πληρούνται κάποιες προϋποθέσεις. Οι βασικότερες, λοιπόν αρχές, οι οποίες πρέπει να διέπουν τη διδασκαλία των Μαθηματικών, ώστε το αποτέλεσμα της να είναι η ουσιαστική μάθηση είναι οι ακόλουθες:

- Το παιδί, για να μπορέσει να μάθει, πρέπει πρώτα από όλα να έχει θέληση και να δείχνει ενδιαφέρον προς το αντικείμενο μάθησης. Πρωταρχικός, λοιπόν, ρόλος του καθηγητή είναι να προσαρμόσει το αντικείμενο αυτό στις ανάγκες, τα ενδιαφέροντα, τις κλίσεις και τις ικανότητες του παιδιού, ώστε να το παρακινήσει να δώσει προσοχή
- Το προσφερόμενο, προς μάθηση, αντικείμενο πρέπει να είναι ανάλογο προς τις πνευματικές και νοητικές ικανότητες του μαθητή. Το παιδί μαθαίνει ουσιαστικά, όταν η γνώση που καλείται να αποκτήσει βρίσκεται σε ισορροπία με το στάδιο της νοητικής του ανάπτυξης.
- Η μάθηση, όπως είδαμε, είναι μια διαδικασία αναδιοργάνωσης της προηγούμενης γνώσης και κατασκευής της καινούργιας. Για να μάθει, λοιπόν, το παιδί είναι πολύ σημαντικό η διαδικασία αυτή τροποποίησης της παλιάς γνώσης να γίνεται μέσα από εμπειρίες σχετικές με το αντικείμενο μάθησης.
- Απαραίτητο συστατικό στοιχείο της ουσιαστικής μάθησης είναι επίσης η ενεργητική συμμετοχή του μαθητή. Για αυτό το λόγο πρέπει να υπάρχει ελευθερία σκέψης και έκφρασης, καλή σχέση ανάμεσα στο παιδί και τον καθηγητή

- Η κατάλληλη ατμόσφαιρα μέσα στην τάξη είναι ένα ακόμη στοιχείο που συμβάλλει στη μάθηση. Έτσι η ηρεμία, η ησυχία, η ελευθερία λόγου, η άνεση, το ευχάριστο κλίμα, κ.ά. πρέπει να εξασφαλίζονται από το σχολείο, προκειμένου να οδηγηθούν οι μαθητές στην απόκτηση γνώσεων.
- Είναι πολύ σημαντικό, η προσφερόμενη προς μάθηση γνώση, να είναι ξεκάθαρη και να παρουσιάζεται από τον καθηγητή χωρίς την ανάμειξη άσχετων, με αυτή, πληροφοριών. Ο μαθητής πρέπει να έχει συγκεντρωμένη την προσοχή του σε ένα μόνο θέμα, ώστε να μπορέσει να μάθει.
- Μια αρχή, που συμβάλλει στην ουσιαστική μάθηση και την οποία πρέπει κάθε καθηγητής να έχει κατά νου, είναι ο προσωπικός τρόπος μάθησης που έχει κάθε παιδί. Ο καθηγητής δεν πρέπει να επιβάλλει κάποιο πρότυπο στυλ μάθησης, αλλά να ενθαρρύνει και να ενισχύει αυτό του κάθε μαθητή.
- Επίσης, ο ατομικός ρυθμός μάθησης, που έχει κάθε μαθητής πρέπει να λαμβάνεται υπόψη από τον καθηγητή, ο οποίος με τη σειρά του, πρέπει να τροποποιεί και να προσαρμόζει το μάθημά του στις ταχύτητες μάθησης των παιδιών.

Τέλος, ένα από τα βασικότερα στοιχεία που ευνοούν την ουσιαστική μάθηση είναι η έννοια της επανάληψης. Μέσω της επανάληψης οι γνώσεις διατηρούνται για πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα μέσα στο μυαλό και γίνονται πιο μόνιμες και πιο σταθερές.

Συνοψίζοντας θα μπορούσαμε να κατατάξουμε τις παραπάνω θεωρίες σε τρεις μεγάλες κατηγορίες: Τη σχολή του **συμπεριφορισμού** (Behaviorism), του **οικοδομισμού** (Constructivism) και τις **κοινωνικοπολιτισμικές θεωρίες** της μάθησης. Στη συνέχεια παρατίθεται ένας πίνακας όπου συγκεντρώνει τους εκπροσώπους κάθε σχολής και τις επιμέρους θεωρίες που διατύπωσαν.

Συμπεριφορισμός	Οικοδομισμός	Κοινωνικοπολιτισμικές θεωρίες -Θεωρία της δραστηριότητας
<p>I. Pavlov</p> <p>J.B.Watson</p> <p>E.L.Thorndike</p> <p>B.F.Skinner (Γραμμική Οργάνωση)</p> <p>N. Crowder (Διακλαδισμένη Οργάνωση)</p> <p>R. Gagne (Διδακτικός Σχεδιασμός)</p>	<p>J. Piaget</p> <p>S. Papert (παιδαγωγική θεωρία της LOGO)</p> <p>R. Gagne, A. Newell και H. Simon (Θεωρία της επεξεργασίας της πληροφορίας)</p> <p>Boyle (Μαθησιακά περιβάλλοντα με υπολογιστές)</p>	<p>J. Bruner (ανακαλυπτική μάθηση)</p> <p>L. Vygotsky (επικοινωνιακή και πολιτισμική διάσταση)</p> <p>Vygotsky, Leontiev, Luria, Nardi (Θεωρία της δραστηριότητας)</p>

Κεφάλαιο 2^ο **Πληροφορική και Εκπαίδευση**

Ο εκπαιδευτικός τομέας είναι σίγουρα ένας από τους χώρους που έχουν έντονα επηρεασθεί από τις ραγδαίες τεχνολογικές εξελίξεις των τελευταίων χρόνων. Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας - όρος που έχει καθιερωθεί σε ευρεία κλίμακα τον τελευταίο καιρό - όπως παρατηρεί ο Η. Dieuzeide (1994) χαρακτηρίζουν όλα εκείνα τα μέσα που είναι φορείς άυλων μηνυμάτων (εικόνες, ήχοι, σειρές χαρακτήρων). Οι χρήσεις τους στην εκπαιδευτική διαδικασία έχουν επιτρέψει μια σειρά από σημαντικές εκπαιδευτικές εφαρμογές.

2.1. Η εισαγωγή της πληροφορικής στην εκπαίδευση και τα πρότυπά της

Ο Η. Dieuzeide (1992) επισημαίνει και αναλύει την αξία του υπολογιστή σαν εργαλείο διανοητικής εργασίας. Ο υπολογιστής προτείνει τη κρυμμένη σε μια άψυχη μηχανή γνώση, σε ένα χρήστη που μπορεί να αποκτήσει την αίσθηση της συμμετοχής σε μια δημιουργική δραστηριότητα. Ως μέσο, ενσαρκώνει τη διανοητική ταχύτητα, η οποία στις μέρες μας αποτελεί κοινωνική αξία μείζονος σημασίας. Συνιστά δε ένα εργαλείο που μας διασφαλίζει μια εξωτερική μνήμη, διαφορετική από τη δική μας, προσφέροντας έτσι μια δύναμη αποθήκευσης και ταξινόμησης. Ο D. Felder (1989) συνοψίζει σε επτά, τα προτεινόμενα επιχειρήματα όλων αυτών που προωθούν την εισαγωγή της πληροφορικής στο σχολείο. Ορισμένοι από τους επικαλούμενους λόγους αναφέρονται **στις σχέσεις του σχολείου με το περιβάλλον του**, ενώ άλλοι σχετίζονται άμεσα με τον **παιδαγωγικό προβληματισμό**.

- Το πρώτο επιχείρημα αναφέρεται στον ανταγωνισμό του ιδιωτικού τομέα, **στις απαιτήσεις της προσαρμογής του σχολείου στα νέα δεδομένα της τεχνολογικής εξέλιξης.**
- Επίσης προωθείται το επιχείρημα ότι η εισαγωγή των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση θα επιτρέψει την ισότητα ευκαιριών και τον **εκδημοκρατισμό των σπουδών.**
- Ο υπολογιστής επιτρέπει μια καλύτερη κατάρτιση του πνεύματος και, λόγω της ορθολογικής του πτυχής, μια πειθαρχία σκέψης.
- Τα νέα διδακτικά μέσα έχουν σημαντικά διδακτικά πλεονεκτήματα που ξεπερνούν κατά πολύ τα χρησιμοποιούμενα μέχρι τώρα σχολικά **εποπτικά μέσα**

- Το τελευταίο επιχείρημα, στηρίζεται στην πτυχή - παιχνίδι, **στον ελκυστικό δηλαδή τρόπο προσέγγισης, των νέων τεχνολογικών εργαλείων η οποία παίζει εξέχοντα ρόλο κίνητρου για τους μαθητές.**

Τα πρότυπα εισαγωγής των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση

Με την εμφάνιση των ηλεκτρονικών υπολογιστών και την συνειδητοποίηση των δυνατοτήτων που προσφέρουν στην εκπαίδευση αναπτύχθηκαν τρία διαφορετικά πρότυπα για την εισαγωγή τους στην εκπαιδευτική διαδικασία: το πρότυπο της τεχνικής προσέγγισης, της ολοκληρωμένης προσέγγισης και της πραγματολογικής προσέγγισης.

1. Πρότυπο της απομονωμένης τεχνικής προσέγγισης ή η Πληροφορική ως αντικείμενο μάθησης

Το πρότυπο αυτό έχει σαν βασική επιδίωξη τις γνώσεις πάνω στη λειτουργία των υπολογιστών και την εισαγωγή στον προγραμματισμό τους (η πληροφορική δηλαδή ως **αυτοτελές διδακτικό αντικείμενο**, που στη διεθνή βιβλιογραφία συναντάται με τον όρο **απομονωμένη τεχνική προσέγγιση** ή ακόμα και με τον όρο “**τεχνοκεντρική**” ή “**κάθετη**” προσέγγιση). Βάσει αυτού η πληροφορική αντιμετωπίζεται σαν σύνθεση τριών βασικών επιστημονικών περιοχών (ACM, 1997): Της **θεωρίας** η οποία συμπεριλαμβάνει το μαθηματικό υπόβαθρο της λειτουργίας των υπολογιστών (θεωρίες, αλγόριθμοι, αρχές προγραμματισμού), των πειραματικών επιστημών που αποτελούνται από θέματα σχετικά με την ανάπτυξη **της τεχνολογίας του υλικού** – hardware – και **της τεχνολογίας** – engineering- που αφορά τις εφαρμογές που σε συνδυασμό με τις προηγούμενες περιοχές οδηγούν στην επίλυση προβλημάτων καθημερινής ζωής μέσω της Πληροφορικής.

2. Πρότυπο της ολοκληρωμένης προσέγγισης ή η Πληροφορική ως εργαλείο μάθησης

Το πρότυπο αυτό εμφανίζεται στην πλέον πρόσφατη περίοδο και χαρακτηρίζεται από το ότι η **διδασκαλία της χρήσης των νέων τεχνολογιών** όσο και η **χρήση** τους ενσωματώνεται στα επιμέρους γνωστικά αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος (αποδίδεται και με τον όρο **οριζόντια ή ολιστική**). Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση, τα σχετικά με τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές και τις νέες τεχνολογίες θέματα διδάσκονται μέσα από όλα τα γνωστικά αντικείμενα του σχολείου και δεν συνιστούν ιδιαίτερο γνωστικό αντικείμενο. Η προσέγγιση αυτή προϋποθέτει σημαντικά διαφορετικές εκπαιδευτικές αντιλήψεις, τόσο στην επιλογή της γνώσης

και της διδακτικής πρακτικής όσο και στην εκπαίδευση των εκπαιδευτικών και στην υλικοτεχνική υποδομή.

Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές αντιμετωπίζονται σαν εργαλείο το οποίο υποστηρίζει την διδασκαλία και την μάθηση άλλων γνωστικών αντικειμένων. Η ικανότητα των υπολογιστών για την δημιουργία πολλαπλών και διασυνδεδεμένων πολλαπλών αναπαραστάσεων εννοιών και πληροφοριών καθώς και για άμεση διαχείριση υπολογιστικών αντικειμένων και δημιουργία προσομοιώσεων εξασφαλίζει την κατασκευή διερευνητικών, ενεργητικών κατασκευαστικών περιβαλλόντων μάθησης.

3. Πρότυπο της πραγματολογικής προσέγγισης ή η πληροφορική ως στοιχείο γενικής κουλτούρας

Το πρότυπο αυτό αποτελεί συγκερασμό των δύο προηγούμενων προτύπων. Χαρακτηρίζεται από τη διδασκαλία ενός αμιγούς μαθήματος γενικών γνώσεων πληροφορικής και την σύγχρονη προοδευτική ένταξη της χρήσης του πληροφορικού μέσου – υπολογιστικές και δικτυακές τεχνολογίες - ως εργαλείο στήριξης της μάθησης σε όλα τα γνωστικά αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος (αποδίδεται και με τον όρο εφικτή ή μικτή προσέγγιση). Η έμφαση στα πλαίσια αυτού του πρότυπου δίνεται στις γνωστικές και τις κοινωνικές διαστάσεις της χρήσης της υπολογιστικής τεχνολογίας στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Στις πρώτες παιδαγωγικές έρευνες για τη χρήση των υπολογιστών στην εκπαιδευτική διαδικασία δόθηκε έμφαση στη **διδασκαλία με τη βοήθεια υπολογιστή (Computer Assisted Instruction)** που συγκεκριμενοποιείται σε κατευθυνόμενα μαθήματα και επανάληψη μέσω ελεγχόμενων ερωτήσεων. Εδώ είναι εμφανής η επιρροή των απόψεων της σχολής της συμπεριφοράς με βασικό εκφραστή τον Skinner (1968) που αποτέλεσαν τη βάση για την προγραμματισμένη διδασκαλία και τις διδακτικές μηχανές. Επίσης την ίδια περίοδο δόθηκε έμφαση στις προσομοιώσεις και μοντελοποιήσεις συγκεκριμένων καταστάσεων ή φαινομένων (διδασκαλία μέσω της πληροφορικής).

Ένα άλλο μεγάλο ρεύμα στηρίχθηκε στην **αυτόνομη μάθηση**, δια μέσου μιας θεωρίας μάθησης με στόχο την ανανέωση της εκπαίδευσης (αυτόνομη μάθηση, σύστημα LOGO).

Τα τελευταία χρόνια μετά την κατανόηση της περιορισμένης εμβέλειας της **διδασκαλία με τη βοήθεια υπολογιστή** και την παρακμή του κινήματος της **LOGO**, δίνεται έμφαση στη χρήση λογισμικού πολυμέσων και στην ευρεία χρήση λογισμικού γενικής χρήσης (λογισμικό γραφικών, επεξεργασία κειμένου, λογιστικό φύλλο, βάση δεδομένων, ηλεκτρονικά παιχνίδια κλπ.) κυρίως στις πρώτες βαθμίδες

της εκπαίδευσης. Ως κυρίαρχη τάση σήμερα εμφανίζεται ο συνδυασμός της πραγματολογικής και της ολοκληρωμένης προσέγγισης χωρίς ωστόσο να παραγνωρίζεται και η αναγκαιότητα του εναλφαβητισμού στις νέες τεχνολογίες.

Ήδη πάντως, γίνεται σαφής διάκριση ανάμεσα στην **πληροφορική ως αντικείμενο μάθησης και την πληροφορική ως παιδαγωγικό και διδακτικό μέσο.**

2.2 Η Εξέλιξη των Προγραμμάτων Εκπαιδευτικού

Λογισμικού

Ως αποτέλεσμα της εξέλιξης των τεχνολογικών εργαλείων και της τάσης αξιοποίησής τους στην εκπαίδευση αναπτύχθηκαν προγράμματα υπό τον γενικό τίτλο **εκπαιδευτικό λογισμικό**. Το τι συμπεριλαμβάνεται κάτω από αυτό τον γενικό τίτλο ποικίλει ανάλογα με την εποχή ή με τη θεώρηση για τη μάθηση των δημιουργών του.

Θα μπορούσαμε να δεχθούμε ένα γενικότερο ορισμό για τα Πληροφορικά Περιβάλλοντα Μάθησης ως **εφαρμογών λογισμικού (και υλικού) για την υπολογιστική υποστήριξη της διδασκαλίας και της μάθησης**. Αν και στα τελευταία χρόνια **Εκπαιδευτικό Λογισμικό** θεωρείται **το τεχνολογικό προϊόν για την υποστήριξη της διδασκαλίας και της μάθησης το οποίο είναι σχεδιασμένο βάσει συγκεκριμένης παιδαγωγικής θεωρίας**.

Η εξέλιξη των Πληροφορικών Περιβαλλόντων Μάθησης είναι δυνατόν να συνοψιστεί ως εξής:

2.2.1 Διδακτικές Μηχανές και Διδασκαλία με τη Βοήθεια Υπολογιστή

Προς το τέλος της δεκαετίας του 1960 κατασκευάστηκε εκπαιδευτικό λογισμικό που κυρίως ήταν παιχνίδια, προσομοιώσεις και διδακτικά υλικά. Τα διδακτικά υλικά κυρίως συνίστατο από σειριακές παρουσιάσεις των εννοιών που επιλέγονταν για διδασκαλία. Η αλληλεπίδραση του μαθητή με το πρόγραμμα ήταν περιορισμένη. Ουσιαστικά, ο μαθητής μπορούσε μόνον να προχωρήσει μια σελίδα μπρος ή πίσω ή να γυρίσει στον πίνακα περιεχομένων του μαθήματος και να λύσει κάποιες ασκήσεις σαν αυτές που περιέχονται στα σχολικά βιβλία.

Αυτά τα διδακτικά υλικά συνοδεύονταν συνήθως από ένα σύστημα αξιολόγησης της απάντησης το οποίο εκφραζόταν με σχόλια επιβράβευσης προς το μαθητή ή με κάποια παρότρυνση να συνεχίσει στην περίπτωση που έκανε λάθος. Λίγο αργότερα (στη δεκαετία του 1970) έγινε μια προσπάθεια αντικατάστασης του δάσκαλου από τον υπολογιστή. Κατασκευάστηκαν τότε εκπαιδευτικά προγράμματα που

προσπαθούσαν να προσομοιώσουν τους παραδοσιακούς τρόπους διδασκαλίας και τα παραδοσιακά συστήματα αναπαράστασης δηλαδή τα συστήματα που χρησιμοποιούσαν τα "αδρανή" μέσα με κύριο εκπρόσωπό τους το περιβάλλον χαρτί-μολύβι (Karut, 1992). Ο τρόπος αλληλεπίδρασης με αυτά τα προγράμματα του ηλεκτρονικού υπολογιστή προσπαθούσε να μιμηθεί την αλληλεπίδραση μαθητή - δάσκαλου. Σημαντικό ρόλο εκείνη την εποχή έπαιξαν οι λεγόμενες διδακτικές μηχανές, δημιούργημα της σχολής της συμπεριφοράς στα πλαίσια του κινήματος της προγραμματισμένης διδασκαλίας (programmed learning). Η διδακτική μηχανή αναλαμβάνει το ρόλο του δασκάλου και ταυτόχρονα, στοχεύει στην εξατομίκευση της διδασκαλίας που βασίζεται στους προσωπικούς ρυθμούς του μαθητή, ενώ γίνονται προσπάθειες να ληφθεί υπόψη και η προηγούμενη συμπεριφορά του ανάλογα με τις απαντήσεις που έχει δώσει. Στην κλασική εκδοχή της η προγραμματισμένη διδασκαλία χρησιμοποιούσε μηχανές με γραμμική οργάνωση, όπου η μάθηση προχωρούσε γραμμικά χωρίς διακλαδώσεις (η περίπτωση των μηχανών που αναπτύχθηκαν από τον B. Skinner). Μια δεύτερη μέθοδος παρουσίασης προγραμμάτων, αυτή του N. Crowder, ακολουθεί διακλαδώσεις ή πολλαπλές επιλογές. Ο N. Crowder αναγνωρίζει τέσσερις βασικές λειτουργίες στη δραστηριότητα του εκπαιδευτή: παρουσίαση πληροφορίας, απαίτηση από το μαθητή να χρησιμοποιήσει αυτή την πληροφορία όταν απαντά σε ανάλογες ερωτήσεις, εκτίμηση της απάντησης του μαθητή και λήψη αποφάσεων αναφορικά με την ποιότητα των παρεχόμενων απαντήσεων. Οι τρεις πρώτες λειτουργίες διασφαλίζονται σε κάποιο βαθμό από τις διδακτικές μηχανές αλλά η εκτίμηση της ποιότητας της απάντησης παίζει ένα πολύ σημαντικό ρόλο όχι σε σχέση με την ενίσχυση της σωστής απάντησης αλλά κυρίως επιτρέπει τον καθορισμό της πληροφορίας που θα παρουσιαστεί στη συνέχεια.

Οι δύο μέθοδοι αν και εντάσσονται στο ίδιο παιδαγωγικό ρεύμα διαφέρουν ως προς την αντίληψή τους αναφορικά με το "λάθος". Σύμφωνα με τον B. Skinner οι παράγοντες που ευνοούν τη μάθηση μέσα σε ένα περιβάλλον προγραμματισμένης διδασκαλίας είναι οι ακόλουθοι: ο μαθητής που εμπλέκεται σε μια συγκεκριμένη δραστηριότητα με προκαθορισμένο σκοπό δεν περνά στο επόμενο μαθησιακό στάδιο παρά μόνο όταν το προηγούμενο στάδιο έχει πλήρως κατανοηθεί, ενώ η μηχανή του παρέχει τη σωστή απάντηση και η ενίσχυση της απάντησης μέσω του προγράμματος είναι άμεση. Ενώ **η γραμμική μέθοδος του B. Skinner** πιστεύει ότι το πρόγραμμα πρέπει να είναι κατασκευασμένο με τέτοιο τρόπο ώστε να αποφεύγονται τα λάθη από τη μεριά του μαθητή, **η μέθοδος πολλαπλής επιλογής του N. Crowder** πιστεύει ότι όπως ο μαθητής κάνει λάθος πρέπει να του παρέχονται περαιτέρω επεξηγήσεις. Και στις δύο περιπτώσεις δίνεται έμφαση στην αυτόματη

διαχείριση της ατομικής διαδρομής του μαθητή. Η ποιότητα των δραστηριοτήτων που αυτά τα προγράμματα υποστήριζαν ήταν τύπου εκγύμνασης και εξάσκησης (drill and practice) (Becker, 1990).

Στις πρώτες θεωρίες που αναπτύχθηκαν γύρω από τις νοητικές μηχανές (machines intellectuelles) δεν έλειψαν τα φιλόδοξα σχέδια που υπόσχονταν σημαντικές ανατροπές στο χώρο της εκπαίδευσης. Το πιο σημαντικό από αυτά είναι το παιδαγωγικό κίνημα που επικεντρώθηκε γύρω από την **αυτόνομη μάθηση**, βασική εφαρμογή του οποίου είναι η γλώσσα προγραμματισμού **LOGO**, καθώς επίσης και οι παιδαγωγικές εφαρμογές της **Τεχνητής Νοημοσύνης** που συνοψίζονται κάτω από τον όρο **Έμπειρα Διδακτικά Συστήματα**

2.2.2 Αυτόνομη Μάθηση

Ταυτόχρονα με την εμφάνιση του μικροϋπολογιστή και πέραν της προοπτικής της προγραμματισμένης διδασκαλίας ή ακόμα της εκμάθησης του προγραμματισμού, έκανε την εμφάνισή του ένα ολοκληρωτικά διαφορετικό παιδαγωγικό ρεύμα. Η προσέγγιση που υιοθετούσε το ρεύμα αυτό δεν σκόπευε πλέον στην κυκλοφορία των παραδοσιακών σχολικών περιεχομένων μέσω των τεχνολογιών, αλλά επαγγελλόταν τη χρησιμοποίηση του υπολογιστή ως μέσο επεξήγησης των νοητικών διαδικασιών. Ο H. Wertz (στο J.-C. Simon, 1980, σ. 180) συνοψίζει τις βασικές ιδέες αυτού του ρεύματος, που έχει καθιερωθεί με τον όρο **αυτόνομη μάθηση**:

α. Ο υπολογιστής είναι - ιστορικά - το πρώτο εργαλείο αυτοματοποίησης των νοητικών διαδικασιών .

β. μόνο οι πλήρως κατανοημένες και αναλυμένες πτυχές των νοητικών διαδικασιών μπορούν (σήμερα) να εκτελεστούν από τον υπολογιστή .

γ. η ανάγνωση ενός προγράμματος που μοντελοποιεί ένα -ή περισσότερους- μηχανισμό ή μια -ή περισσότερες- γνώση, επιτρέπει να αναγάγουμε μηχανισμούς ή μοντελοποιημένες γνώσεις .

δ. η κατασκευή ενός προγράμματος ωθεί στην κατανόηση του χώρου εφαρμογής του προγράμματος .

ε. ένα πρόγραμμα είναι η μορφοποίηση (formalisation) ενός προβλήματος και της λύσης του. Η μορφοποίηση αυτή είναι επιχειρησιακή, δηλαδή δοκιμαζόμενη, εκτελέσιμη, επιβεβαιώσιμη. Επιπλέον, η μορφοποίηση

αυτή είναι δυναμική, δηλαδή υποκείμενο συνεχών τροποποιήσεων παράλληλα με την ανάπτυξη γνώσεων .

στ. ο προγραμματισμός - μέσα σε ένα κατάλληλο περιβάλλον - επιτρέπει να συνειδητοποιήσουμε τους μηχανισμούς της σκέψης.

Ειδικότερα σε σχέση με το τελευταίο -πρόγραμμα και προγραμματισμός στα πλαίσια της αυτόνομης μάθησης- προτείνονται οι εξής φάσεις

1. επιλογή προβλήματος (από το μαθητή)
2. ανάλυση του επιλεγμένου προβλήματος (κατανόηση, κατάτμηση σε υποπροβλήματα, ορισμός σχέσεων ανάμεσα στα διάφορα μέρη κλπ)
3. σχεδιασμός μιας λύσης (ανασύνθεση των μερών σε ένα ενιαίο όλο, καθορισμός της σειράς, ίσως ανάπτυξη στρατηγικής)
4. μορφοποίηση της λύσης (σε μια φορμαλιστική γλώσσα)
5. εκτέλεση του προγράμματος
6. ανάλυση των αποτελεσμάτων

Σε αυτά τα πλαίσια μπορούμε να διακρίνουμε δύο διαφορετικές προσεγγίσεις, και οι δύο επικεντρωμένες στο μαθητή. Η πρώτη είναι αυτή της **ευρετικής μάθησης** (apprentissage heuristique) που συναντάται μέσα στις εμπειρίες της αυθόρμητης μάθησης του προγραμματισμού. Ο υπολογιστής σε αυτή τη κατεύθυνση, γίνεται εργαλείο προσωπικής έκφρασης για τους εκπαιδευτές και τους εκπαιδευόμενους. Σύμφωνα με την M. Linard (1990) αυτή η προσέγγιση εκφράζει τη “μηχανοβοηθούμενη” έκφανση της μάθησης μέσω του υπολογιστή.

Η δεύτερη προσέγγιση είναι αυτή του **παιζετικού κονστрукτιβισμού** η οποία αντικατοπτρίζει την ανθρωπιστική εκδοχή του υπολογιστή, που αποτελεί ένα διανοητικό μέσο με το οποίο σκεφτόμαστε. Η μηχανή τίθεται στην υπηρεσία της γνωστικής αυτοεξερεύνησης και της αυθόρμητης κατασκευής αντικειμένων από το μαθητή. Η γλώσσα LOGO αποτελεί την ενσάρκωση αυτής της θεώρησης

2.2.2.1 Η γλώσσα LOGO

Όπως τονίζει ο δημιουργός της S. Papert (1980), το βασικό ερώτημα που τίθεται είναι το πώς επηρεάζουν οι υπολογιστές τον τρόπο με τον οποίο οι άνθρωποι σκέπτονται και μαθαίνουν ακόμα κι όταν δε βρίσκονται σε φυσική επαφή με τη μηχανή.

Η γλώσσα προγραμματισμού Logo αποτελείται από ένα μικρό σύνολο βασικών εντολών. Οι εντολές αυτές, όταν χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό, μπορούν να

βοηθήσουν στην κατασκευή μαθηματικών νοημάτων από τους μαθητές. Το περιβάλλον της Logo είναι ένα αλληλεπιδραστικό περιβάλλον που επιτρέπει στους μαθητές τη μετάβαση από την εργαλειακή χρήση των εντολών στο ξεκαθάρισμα των όψεων των διαδικασιών που χρησιμοποιούνται, στη σύνθεση νέων διαδικασιών και σε γενικεύσεις των διαδικασιών ή στην εξαγωγή προτύπων (Hoyles & Noss, 1987).

Επιπλέον, οι ίδιοι ερευνητές αναφέρουν ότι το περιβάλλον αυτό δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να εκφράζουν τη διαισθητική τους μη τυπική γνώση.

Αυτός ο τύπος παιδαγωγικών εφαρμογών χαρακτηρίζεται από δύο διαδικασίες: α) Ο υπολογιστής βρίσκεται στη διάθεση του μαθητή για την πραγματοποίηση σχεδίων που ο ίδιος συνέλαβε. β) Ο μαθητής οφείλει να μάθει να επεξηγεί την ιδέα του ώστε να είναι σε θέση να τη μεταφράσει στη συνέχεια σε μια γλώσσα η οποία μπορεί να αναγνωρισθεί από τη μηχανή. Όπως παρατηρεί ο E. De Corte (1993) η θεωρία της LOGO βασίζεται σε δύο κύρια επιχειρήματα του εμπνευστή της S. Papert: Πρώτον, η εμπειρία σε ένα προγραμματιστικό περιβάλλον LOGO οδηγεί στην απόκτηση γενικών γνωστικών δεξιοτήτων πάνω στη λύση προβλημάτων, δεξιότητες που μπορούν να μεταφερθούν σε άλλους γνωστικούς χώρους. Δεύτερον, το περιβάλλον συνιστά ένα ιδανικό χώρο για τη μάθηση βασικών μαθηματικών εννοιών όπως οι γωνίες, τα πολύγωνα, οι μεταβλητές, η αναδρομικότητα κλπ. Έτσι, το εκπαιδευτικό σχέδιο που αναπτύχθηκε γύρω από τη LOGO, παρουσιάστηκε ως μια εναλλακτική λύση στην κλασική **Διδασκαλία με τη Βοήθεια Υπολογιστή** τα όρια της οποίας πού γρήγορα έγιναν εμφανή, ενώ το συμπεριφοριστικό μοντέλο από το οποίο προερχόταν γνώρισε με τη σειρά του σταδιακή περιθωριοποίηση. Η LOGO εισήγαγε τα αλληλεπιδραστικά γραφικά και τη λύση προβλήματος ως πρωταρχικές της δραστηριότητες. Ως προγραμματιστικό περιβάλλον, δεν προγραμματίζε πλέον τη συμπεριφορά του μαθητή αλλά του προμήθευε ταυτόχρονα τόσο ένα λογικό και γεωμετρικό εννοιολογικό “μικρόκοσμο” (microworld) όσο και τις στοιχειώδεις οπτικές φόρμες έτσι ώστε να μπορεί να εξερευνήσει με τη βοήθεια ενός απλού υπολογιστή. Η παιδαγωγική αυτή αντίληψη θέλει να είναι το παιδί αυτό που προγραμματίζει τον υπολογιστή, και προγραμματίζοντάς τον να διαμορφώσει μια στενότερη επαφή με μερικές από τις βαθύτερες ιδέες της επιστήμης, των μαθηματικών και της τέχνης της δημιουργίας διανοητικών μοντέλων (S. Papert, 1980). Σύμφωνα με τη C. Solomon (1986) η παιδαγωγική θεώρηση της LOGO στοχεύει να αναπτύξει μια σειρά από δεξιότητες όπως: α) Την εκσφαλμάτωση (debugging) του προγράμματος ως θεμελιώδη δραστηριότητα μάθησης και αυτορρύθμισης με βάση την παρατήρηση των διαφορών ανάμεσα στα αναμενόμενα και στα παρατηρούμενα αποτελέσματα. β) Τη χρήση μιας “μεταγλώσσας” που αναπτύσσεται σταδιακά και αυθόρμητα στα πλαίσια της ομάδας εργασίας. γ) Την

αποσύνθεση των προβλημάτων και των καταστάσεων μέσω δύο τύπων λογικής ανάλυσης, την επαγωγική - φθίνουσα (deductive descendante) και την αναγωγική - αύξουσα (inductive ascendante). δ) Την προσφυγή σε ανθρωπομορφικές αναφορές που βοηθά την αντίληψη του προγραμματισμού ως μια διαδικασία διαλόγου με τη μηχανή. ε) Την πρακτική της ονομασίας των διαδικασιών (procedures). στ) Την πρόσκτηση της ίδιας της έννοιας της διαδικασίας. ζ) Την ανακάλυψη των διάφορων γνωστικών στυλ, ο τρόπος δηλαδή που αντιδρούν στα περιβαλλοντικά ερεθίσματα, ανάμεσα στα άτομα με τα αντίστοιχα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. η) Την εξαγωγή βασικών αρχών και ιδεών που έχουν ισχύ τόσο στην καθημερινή ζωή όσο και στα μαθηματικά (η έννοια της διαδικασίας, της σταθεράς, της μεταβλητής, της αναδρομής, της επαλήθευσης των υποθέσεων κλπ.).

Η γλώσσα LOGO χρησιμοποιήθηκε στην ανάπτυξη πολλών περιβαλλόντων μάθησης. Ενδεικτικά αναφέρονται μερικές από τις έρευνες οι οποίες αφορούν τέτοια περιβάλλοντα, όπως της Hilel (1992) για τη διερεύνηση της μεταβλητής, των Hoyles, Noss, and Sutherland (1991, ο. π. οι Hoyles & Noss, 1992) για τους λόγους και τις αναλογίες, του Edwards (1992) για τους βασικούς Ευκλείδειους μετασχηματισμούς (στροφή, συμμετρία και μεταφορά με περιορισμούς), και του Κυνηγού (1992) για θέματα καρτεσιανών συντεταγμένων, μετρήσεις μηκών και γωνιών, όπως και για την έννοια του κύκλου. Οι Hoyles και Noss ανεξάρτητα αλλά και σε συνδυασμό με άλλους ερευνητές χρησιμοποίησαν επίσης τη γλώσσα LOGO σε πολλές πειραματικές έρευνες.

Σε αυτά τα πλαίσια, η LOGO έπαιξε σημαντικό ρόλο για τη βαθιά ανανέωση των μαθηματικών και των λογικών συλλογισμών γενικότερα. Ο υπολογιστής με τη βοήθεια αυτής της γλώσσας γίνεται μέσο έκφρασης και διερεύνησης των μαθηματικών εννοιών με τη βοήθεια εφαρμογών που στηρίζονται στο συναρτησιακό (procedural) και δομημένο (structural) προγραμματισμό και πιο πρόσφατα στον αντικειμενοστραφή (object - oriented) προγραμματισμό. Η LOGO στη διάρκεια μιας εικοσαετίας, προκάλεσε πολύ σημαντικές έρευνες, σχέδια καινοτομιών και παιδαγωγικές εφαρμογές. Παρόλα αυτά, τα τελευταία χρόνια γίνεται όλο και λιγότερο λόγος για τη LOGO. Η πλειονότητα των μελετών (βλέπε Pea D. Roy, Kurland D. Milau (1984) που έγιναν κατά τη διάρκεια της τελευταίας δεκαπενταετίας επιβεβαιώνουν ότι τα αποτελέσματα της χρήσης της Logo δεν ήταν τα αναμενόμενα, ακόμα κι αν ανέδειξαν (σε τοπικό επίπεδο) εξαιρετικές επιτυχίες. Ας σημειώσουμε εδώ ότι σημαντικές έρευνες που έγιναν στα πλαίσια της LOGO, δείχνουν επιτυχίες κυρίως σε μαθητές με πολύ σημαντικές μαθησιακές δυσκολίες ή σε μαθητές αρκετά υψηλών σχολικών επιδόσεων, ενώ δεν μπορούμε να αναγάγουμε

ουσιαστικά συμπεράσματα για τους υπόλοιπους μαθητές (που είναι και οι περισσότεροι).

2.2.2.2 Η Τεχνητή Νοημοσύνη και τα Έμπειρα Διδακτικά Συστήματα

Η πρώτη προσέγγιση της μάθησης με τη βοήθεια της τεχνολογίας έγινε από τους εκπροσώπους της σχολής της συμπεριφοράς: η χρήση της εκπαιδευτικής τεχνολογίας έχει έντονες μηχανιστικές αποχρώσεις ενώ δίνεται έμφαση στη δυνατότητα υποκατάστασης του ανθρώπινου παράγοντα από τη μηχανή και ταυτόχρονα υποβαθμίζεται η ανθρώπινη κρίση σε ζητήματα επιλογών. Η Διδασκαλία με τη Βοήθεια υπολογιστή ωστόσο στα μέσα της δεκαετίας του '70 γνώρισε μια νέα εξέλιξη με την εφαρμογή της τεχνικής νοημοσύνης στην εκπαίδευση. Η τεχνητή νοημοσύνη ανανεώνοντας την προβληματική της Διδασκαλίας με τη Βοήθεια Υπολογιστή, εισάγοντας δηλαδή στον παραπάνω όρο και την λέξη Έξυπνη ή Νοήμων, παρουσίασε μια σειρά από ενδιαφέροντα εκπαιδευτικά προγράμματα, αναπτρώνοντας έτσι και τις ελπίδες αυτών που προσέβλεπαν στην πληροφορική για να επιφέρουν σημαντικές αλλαγές στα αρτηριοσκληρωτικά εκπαιδευτικά συστήματα. Στα πλαίσια των εφαρμογών της τεχνητής νοημοσύνης στις εκπαιδευτικές διαδικασίες, συντελείται μια ξεκάθαρη αλλαγή προσανατολισμού σε σχέση με τη Διδασκαλία με τη Βοήθεια Υπολογιστή. Όπως παρατηρούν οι T. O'Shea και J. Self (1983), τα νέα διδακτικά προγράμματα απομακρύνονται από το συμπεριφοριστικό μοντέλο και προσεγγίζουν το γνωστικό μοντέλο μάθησης, θεωρώντας τους υπολογιστές όχι πλέον ως εργαλεία για την πραγματοποίηση άκαμπτων και μηχανιστικών συστημάτων βασισμένων σε στατιστικά μοντέλα, αλλά ως μέσα που αντιλαμβάνονται τον μαθητή ως ένα άτομο που σκέφτεται, κατανοεί και συμμετέχει. Ο νέος όρος που καθιερώθηκε για τα εν λόγω προγράμματα στην αρχική του απόδοση ήταν Νοήμων Διδασκαλία Υποβοηθούμενη από Υπολογιστή.

Η Τεχνητή Νοημοσύνη αποτελεί ένα από τα πιο φιλόδοξα σχέδια της ανθρώπινης νόησης. Το σχέδιο αυτό, σκοπός του οποίου είναι η δημιουργία “νοημόνων μηχανών” χρονολογείται ήδη από την Αρχαιότητα. Ωστόσο, μόλις το 1956 σε μια διεθνή διάσκεψη προτάθηκε και καθιερώθηκε ο όρος “Τεχνητή Νοημοσύνη” (Artificial Intelligence). Κατά τη διάρκεια αυτής της διάσκεψης, οι Newell και Simon παρουσίασαν το “Logic Theorist”, το πρώτο πρόγραμμα Τεχνητής Νοημοσύνης που έδινε συγκεκριμένα αποτελέσματα. Το εν λόγω πρόγραμμα, που αποδείκνυε

θεωρήματα του Προτασιακού Λογισμού, παρουσίασε στους συμμετέχοντες τις δυνατότητες χειρισμού συμβόλων από τον υπολογιστή.

Από τότε μέχρι τώρα δύο προσεγγίσεις κυριάρχησαν στις έρευνες γύρω από την Τεχνητή Νοημοσύνη. Η πρώτη, συνδυαστικού τύπου, χρησιμοποιεί την υπολογιστική δύναμη του υπολογιστή για να διερευνήσει το σύνολο των δυνατοτήτων επίλυσης ενός προβλήματος. Η δεύτερη εστιάζει στην παρατήρηση της ανθρώπινης συμπεριφοράς αναζητώντας βοήθεια από διαφορετικούς επιστημονικούς χώρους.

Ο J. Pitrat (1987) τη συνοψίζει υπογραμμίζοντας ότι *“ο άνθρωπος δύναται να λύσει πολλά προβλήματα ανατρέχοντας στις γνώσεις του, ο υπολογιστής θα το μπορέσει επίσης (χωρίς αμφιβολία καλύτερα από εμάς) χρησιμοποιώντας τις μεθόδους και τις γνώσεις μας, αν καταφέρουμε να τις μορφοποιήσουμε για να τις αναπαραστήσουμε μέσα στον υπολογιστή”*. Μέσα σε αυτά τα πλαίσια, εξάλλου, μπορούμε να διακρίνουμε δύο τάσεις, περισσότερο ή λιγότερο ανταγωνιστικές, στο χώρο της Τεχνητής Νοημοσύνης.

Από το ένα μέρος, η μια τάση στοχεύει στην αναζήτηση του πώς ένα σύστημα θα έχει γνώσεις και κατάλληλους μηχανισμούς εξαγωγής συμπερασμάτων για να επιφέρει κατάλληλες κρίσεις όσον αφορά τον πραγματικό κόσμο και για να παίρνει ορθολογικές αποφάσεις. Αυτό υποθέτει, ανάμεσα στα άλλα, να είναι ικανό να αναθεωρεί τις γνώσεις του και να αποκτά νέες με αυτόνομο τρόπο, και αυτό χωρίς να το προστατεύει ο προγραμματιστής από παρενοχλήσεις και από την υπερφόρτωση των ολοκληρωμένων κυκλωμάτων λόγω του πλεονάσματος της διαθέσιμης πληροφορίας” (J. Proust, 1991). Σύμφωνα με αυτή την έννοια, θεωρείται ότι οι υπολογιστές, αν είναι εξοπλισμένοι με κατάλληλα προγράμματα, “διαθέτουν εσωτερικές <<γνωστικές καταστάσεις>> που δεν διαφέρουν θεμελιακά, από φορμαλιστική άποψη, από αυτές του ανθρώπινου εγκεφάλου” (M. Linard, 1990). Η άλλη τάση επιδιώκει να προσομοιώσει απλά και μόνο τα αποτελέσματα της ανθρώπινης νοημοσύνης. Σε κάθε περίπτωση όμως, και στη σημερινή κατάσταση των πραγμάτων, οι μέθοδοι της Τεχνητής Νοημοσύνης βρίσκονται κοντά στην ανθρώπινη συμπεριφορά, ενώ οι κλασσικές μέθοδοι προγραμματισμού ακολουθούν τη λειτουργία της μηχανής

Τα προγράμματα Διδασκαλίας με τη Βοήθεια Υπολογιστή ήταν η πρώτη προσπάθεια ουσιαστικής χρησιμοποίησης των υπολογιστών στην εκπαίδευση. Ωστόσο η καθοδήγηση που έδιναν τα συστήματα αυτά δεν ήταν απόλυτα προσανατολισμένη στις ανάγκες των μαθητών. Αντίθετα, η καθοδήγηση των μαθητών γινόταν με βάση ένα σύστημα αποφάσεων που στηριζόταν στις απαντήσεις που δίνονταν από τους μαθητές σε προηγούμενες ερωτήσεις. Επιπλέον τέτοια συστήματα δεν παρείχαν στους μαθητές την εξατομικευμένη προσοχή που θα παρείχε ένας δάσκαλος

(άνθρωπος). Για να μπορεί ένα σύστημα που βασίζεται σε υπολογιστή να παρέχει τέτοια εξατομικευμένη προσοχή, θα πρέπει να έχει την δυνατότητα να μπορεί να παίρνει λογικές αποφάσεις τόσο για την περιοχή γνώσης την οποία πραγματεύεται όσο και για τον μαθητή. Το γεγονός αυτό οδήγησε την έρευνα στον τομέα των **Έμπειρων Διδακτικών Συστημάτων (Intelligent Tutoring Systems)**. Τα έμπειρα διδακτικά συστήματα αποτελούν από τις πιο πρόσφατες εφαρμογές της τεχνητής νοημοσύνης στην εκπαίδευση. Για τους J.-F. Nicaud και M. Vivet (1988, σελ. 21-45), “η διαφορά ανάμεσα σε ένα πρόγραμμα Διδασκαλίας με την Βοήθεια Υπολογιστή και στα Έμπειρα Διδακτικά Συστήματα έγκειται στο χειρισμό των γνώσεων: ενώ ένα πρόγραμμα Διδασκαλίας με την Βοήθεια Υπολογιστή χρησιμοποιεί ένα σύστημα ερωτήσεων με προκατασκευασμένες απαντήσεις, τα έμπειρα διδακτικά συστήματα διαθέτουν μια αληθινή αναπαράσταση των γνώσεων του χώρου και είναι ικανά να πραγματοποιήσουν συλλογισμούς”.

Όπως αναφέρουν οι M. Baron και M. Grandbastien, οι βασικές προβληματικές της τεχνητής νοημοσύνης που αφορούν τα **Αλληλεπιδραστικά Περιβάλλοντα Μάθησης με Υπολογιστή** συμπεριλαμβάνουν τη μοντελοποίηση των χώρων γνώσης και των συλλογισμών με στόχο την παιδαγωγική επίλυση προβλημάτων, την κατανόηση της φυσικής γλώσσας, την επικοινωνία ανθρώπου - μηχανής μέσα στα πλαίσια της δημιουργίας αλληλεπιδραστικών συστημάτων, τη μοντελοποίηση των εκπαιδευτών και των εκπαιδευόμενων, τη σύλληψη προσαρμοστικών και εξελισσόμενων συστημάτων (συστημάτων δηλαδή που λαμβάνουν υπόψη τη γνωστική εξέλιξη του μαθητή) και την αρχιτεκτονική κατανεμημένων συστημάτων.

Τα αλληλεπιδραστικά Περιβάλλοντα Μάθησης με Υπολογιστή οδήγησαν στα **Έμπειρα Διδακτικά Συστήματα (ΕΔΣ)**, (μετάφραση του αγγλικού όρου “Intelligent Tutoring Systems”) τα οποία είναι Έμπειρα Συστήματα (ΕΣ) με προορισμό εκπαιδευτικές λειτουργίες. Τα βασικά συνθετικά ενός έμπειρου διδακτικού συστήματος είναι τέσσερα: ο ειδικός, ο παιδαγωγός, η διασύνδεση (interface) και το μοντέλο του μαθητή. Ανάμεσα στα διαφορετικά είδη νοημόνων συστημάτων διδασκαλίας, εκείνο που παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη μάθηση είναι αυτό της επίλυσης προβλημάτων, ένα πεδίο ιδιαίτερα σημαντικό στη διδασκαλία.

Στις περισσότερες περιπτώσεις τα συστήματα αυτά επιτρέπουν έναν ή περισσότερους τρόπους μάθησης μέσω:

- Μελέτης παραδειγμάτων επίλυσης: ο μαθητής παρατηρεί τον τρόπο επίλυσης ενός προβλήματος από το σύστημα, και θέτει ερωτήματα («γιατί», «πώς») προκειμένου να κατανοήσει την επίλυση. Το νοήμον σύστημα προσαρμόζει τόσο την επίλυση που παρουσιάζει όσο και τις απαντήσεις που δίδει, στο γνωστικό προφίλ του μαθητή.

• Επίλυση προβλημάτων: ο μαθητής επιλύει προβλήματα και το σύστημα τον «βοηθά» κατά την διαδικασία επίλυσης. Η βοήθεια κατά την επίλυση έγκειται στην παροχή κατάλληλης ανατροφοδότησης, προτείνοντας διορθώσεις ή νύξεις και υποδεικνύει αναφορικά με την στρατηγική της επίλυσης ή άλλα διαδικαστικά τοπικά 'λάθη'.

Τα συστήματα αυτά είναι εν δυνάμει ικανά να προσαρμόζουν τις διδακτικές τους ενέργειες στο επίπεδο και στις γνωστικές ανάγκες του μαθητή-χρήστη. Για τον σκοπό αυτό περικλείουν και επεξεργάζονται τουλάχιστον τριών ειδών αναπαραστάσεις γνώσεων:

- το περιεχόμενο του γνωστικού αντικείμενου (expert model), απαραίτητο για να μπορεί το σύστημα να επιλύει μόνο του τα προβλήματα που του τίθενται,
- το μοντέλο του μαθητή (student model), που δημιουργείται μέσα από την ανάλυση των δράσεων και των απαντήσεων που δίνει ο μαθητής κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασης και είναι απαραίτητο για να γίνει δυνατή στη συνέχεια η κατάλληλη προσαρμογή των διδακτικών ενεργειών του συστήματος στις ανάγκες του μαθητή,
- τις παιδαγωγικές και διδακτικές στρατηγικές (tutor model). Το σύστημα αναλύει τη δραστηριότητα του μαθητή και προσαρμόζει δυναμικά και κατάλληλα τις διδακτικές του ενέργειες (επιλογή προβλημάτων που του προτείνονται, τρόπος αντιμετώπισης λανθασμένων επιλογών, ειδικά σχόλια, νύξεις ή παροτρύνσεις).

Τα νοήμονα συστήματα επίλυσης προβλημάτων τα χρησιμοποιούμε τυπικά σε συνθήκες όπου, ο μαθητής έχει ήδη «συναντήσει» τις γνώσεις σε θεωρητικό επίπεδο, και καλείται να αναπτύξει τη μάθηση εφαρμόζοντας τις έννοιες αυτές σε ένα σημαντικό αριθμό περιπτώσεων. Μπορούμε να τα κατατάξουμε σε δύο γενικές κατηγορίες, αναφορικά με την ευελιξία του παιδαγωγικού μοντέλου που εφαρμόζουν:

i) Τα συστήματα που κατευθύνουν πλήρως το μαθητή και δεν αξιοποιούν μαθησιακά τα λάθη, παρέχοντας άμεση ανάδραση και άμεση διόρθωση των λαθών. Στην περίπτωση αυτή το σύστημα ακολουθεί βήμα προς βήμα την επίλυση του μαθητή και δεν του επιτρέπει ενέργειες που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε λύσεις μη προβλεπόμενες.

ii) Συστήματα διακριτικής βοήθειας, τα οποία αν και αποδίδουν τον έλεγχο της πρωτοβουλίας στο σύστημα (και όχι στον χρήστη), αφήνουν μια σχετική ελευθερία στον μαθητή, εφόσον δεν επεμβαίνουν άμεσα στην δραστηριότητά του, αλλά μέσα

από ένα σύστημα κανόνων που αποφασίζει το πλάνο των αλληλεπιδράσεων σε συνάρτηση με την ανάλυση της συμπεριφοράς του μαθητή.

Τύποι Έμπειρων Διδακτικών Συστημάτων

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για την κατηγοριοποίηση των Ε.Δ.Σ. Στην παρούσα εργασία θα εστιάσουμε την προσοχή σε δύο διαστάσεις: στο περιβάλλοντος μάθησης και στην καθοδήγηση.

Πολλά συστήματα προσπαθούν να παρέχουν καθοδήγηση προσομοιώνοντας πραγματικά περιβάλλοντα εργασίας στα οποία ο μαθητής μπορεί να μάθει. Υπάρχουν πολλοί λόγοι για την ανάπτυξη τέτοιων συστημάτων , συμπεριλαμβανομένου τον πιθανό κίνδυνο της εκπαίδευσης με την χρησιμοποίηση πραγματικού εξοπλισμού, χάνοντας έτσι τους ειδικούς που θα μπορούσαν να αφιερώσουν τον χρόνο τους για την εκπαίδευση των αρχάριων. Συνεπώς, ένα ρεαλιστικό προσομοιωμένο περιβάλλον μάθησης μπορεί να μειώσει το κόστος και τους κινδύνους της εκπαίδευσης.

Ένα παράδειγμα Ε.Δ.Σ βασισμένο σε προσομοίωση είναι το **ACLS Tutor** στο οποίο ο μαθητής έχει τον ρόλο του αρχηγού ομάδας που παρέχει επείγουσα υποστήριξη σε ασθενείς που έχουν υποστεί καρδιακό επεισόδιο. Το σύστημα, όχι μόνο παρακολουθεί τις ενέργειες των μαθητών, αλλά "τρέχει" μια ρεαλιστική προσομοίωση της κατάστασης του ασθενή και διατηρεί ένα περιβάλλον που προσομοιώνει πιστά πραγματικές καταστάσεις. Έτσι ο σκοπός δεν είναι να ελέγξει μόνο τις γνώσεις των μαθητών για τις διαδικασίες άμεσης ανάγκης, αλλά να τους επιτρέψει να αποκτήσουν εμπειρία εξασκώντας αυτές τις διαδικασίες με έναν πιο ρεαλιστικό τρόπο απ' ότι από την παραδοσιακή διδασκαλία σε μια αίθουσα διδασκαλίας.

Ορισμένα συστήματα ακολουθούν λιγότερο αυστηρές προσεγγίσεις για την αναπαράσταση του περιβάλλοντος. Οι καταστάσεις που αναπαρίστανται είναι όμοιες με πραγματικά σενάρια στα οποία η γνώση μπορεί να εφαρμοστεί, αλλά δεν είναι ακριβείς προσομοιώσεις. Το σύστημα **Smithtown** ακολουθεί αυτή την προσέγγιση παρέχοντας μια προσομοιωμένη κατάσταση στην οποία οι μαθητές καλούνται να ελέγξουν υποθέσεις σχετικές με οικονομικά. Ωστόσο το βαθύτερο μοντέλο του περιβάλλοντος δεν είναι μια ακριβής προσομοίωση του πώς οι νόμοι των οικονομικών θα μπορούσαν να εφαρμοστούν στην πραγματικότητα.

Στη εντελώς αντίθετη πλευρά των συστημάτων που βασίζονται στην προσομοίωση, βρίσκονται εκείνα τα συστήματα που διδάσκουν με έναν εκτός πλαισίου συμφραζομένων – decontextualized- τρόπο χωρίς να προσπαθούν να προσομοιώσουν πραγματικές καταστάσεις. Αυτά τα συστήματα θέτουν στους μαθητές προβλήματα τα οποία καλούνται να λύσουν χωρίς να τα συνδέσουν με μια πραγματική κατάσταση, και είναι σχεδιασμένα να διδάξουν αφαιρετική γνώση που μπορεί να μεταφερθεί σε πολλαπλές καταστάσεις επίλυσης προβλημάτων.

Η σημασία της καθοδήγησης

Υπάρχει μια μεγάλη ιστορία κατηγοριοποίησης των σκοπών της καθοδήγησης σε σχέση με το είδος της γνώσης που διδάσκεται. Μια σημαντική πρόσφατη προσπάθεια προς αυτή την κατεύθυνση είναι η ταξινόμηση του Bloom (Bloom's taxonomy), και μια πολύ πιο πρόσφατη εργασία στην κατηγοριοποίηση της γνώσης έχει εξαχθεί από αυτή. Επιπλέον για την κατηγοριοποίηση των στόχων της μάθησης με βάση τον τύπο της γνώσης, μπορεί κάποιος να εξετάσει το τι μπορεί ο μαθητής να κάνει μετά το πέρας του μαθήματος στο Ε.Δ.Σ.

Για την διευκόλυνση της υλοποίησης τα συστήματα τείνουν να συγκεντρώνονται στην διδασκαλία ενός μόνο τύπου γνώσης. Ο πιο γνωστός τύπος Ε.Δ.Σ. διδάσκει διαδικαστικές δεξιότητες. Σ' αυτά ο σκοπός για τους μαθητές είναι να μάθουν πως να εκτελούν συγκεκριμένες λειτουργίες. Έχει πραγματοποιηθεί σημαντική έρευνα στον τομέα της γνωστικής ψυχολογίας σχετικά με την απόκτηση των ανθρώπινων δεξιοτήτων. Έτσι της περιοχής της γνώσης με βάση αυτή την οργάνωση, μπορεί να αποδειχθεί πολύ αποδοτική στην καθοδήγηση. Συστήματα που είναι σχεδιασμένα με βάση αυτές τις αρχές, συχνά ονομάζονται "γνωστικοί καθοδηγητές" (cognitive tutors). Το πιο συνηθισμένο αποτέλεσμα αυτής της ανάλυσης είναι ένα σύνολο από κανόνες που είναι μέρος ενός μοντέλου ειδικού. Αν ένας μαθητής συναντήσει δυσκολίες, η κατάλληλη διόρθωση μπορεί να καθοριστεί από το Μοντέλο Ειδικού.

Ένα παράδειγμα "γνωστικού καθοδηγητή" είναι το σύστημα **SHERLOCK**, το οποίο διαθέτει προπαρασκευαστικές ενέργειες συσχετισμένες με κάθε κατάσταση στο χώρο του προβλήματος. Ένα άλλο παράδειγμα Ε.Δ.Σ που χρησιμοποιεί μια ανάλυση της συμπεριφοράς του ειδικού είναι το **LISP tutor**, το οποίο περιλαμβάνει τις ενέργειες του ειδικού για την λύση του προβλήματος σαν κανόνες παραγωγής, και προσπαθεί να καθορίσει ποιοι κανόνες εφαρμόζονται όταν ο μαθητής παρουσιάσει δυσκολίες.

Παράλληλα με την ανάπτυξη της Τεχνητής Νοημοσύνης, αναπτύχθηκε ένα σημαντικό ρεύμα στην ψυχολογία, αντικείμενο του οποίου είναι η γένεση, η δομή και οι νόμοι λειτουργίας της γνώσης: το ρεύμα της **γνωστικής ψυχολογίας** Σύμφωνα με τους οπαδούς του **γνωστικισμού** (cognitivismes) οι άνθρωποι και οι υπολογιστές εντάσσονται στην ίδια κατηγορία ως προς τη σκέψη. Η ένταξη αυτή, ωστόσο, τοποθετείται σε ένα καθαρώς λογικό επίπεδο: αυτό της επεξεργασίας της πληροφορίας. Σήμερα, κανένας από την επιστημονική κοινότητα δεν ταυτίζει τη βιοφυσική λειτουργία του εγκεφάλου με αυτήν του υπολογιστή.

Μια άλλη θεωρία εναλλακτική στο **γνωστικισμό** (cognitivismes), που έγινε γνωστή με τον όρο **κοννεξιονισμός** (connexionnisme), προτείνει μοντέλα πολύ πιο συγγενή των βιολογικών μοντέλων όπου τα πάντα προέρχονται από τις νευρωνικές δομές. Το θεμελιώδες όμως πρόβλημα της ικανότητας των μηχανών να προσομοιώσουν την ανθρώπινη νοημοσύνη ή ακόμα και να την ξεπεράσουν, παραμένει εν γένει το ανοικτό πεδίο σύγκρουσης. Για τον Hubert Dreyfus (1979), συγγραφέα του “*What Computer Can't Do: The Limits of Artificial Intelligence*”, ακόμα και αν η τεχνητή νοημοσύνη μπορεί να έχει ορισμένες επιτυχίες, δεν θα κατορθώσει ποτέ να φθάσει σε επιδόσεις συγκρίσιμες με αυτές του ανθρώπινου είδους. Για αυτόν, η υποκειμενική ανθρώπινη εμπειρία δεν μπορεί να γίνει αντικείμενο χειρισμού. Όσο δε για την ανθρώπινη συμπεριφορά, ούτε αυτή μπορεί να καταστεί αντικείμενο επιστήμης. Όλες οι πράξεις μας είναι καθορισμένες από το σώμα μας, την προσωπική μας ιστορία, την κουλτούρα μας, το πλαίσιο μέσα στο οποίο βρισκόμαστε, καθώς επίσης και από μια πληθώρα άλλων παραμέτρων, γεγονός που καθιστά αδύνατη κάθε προσομοίωση ή μοντελοποίηση της συμπεριφοράς μας.

Για τους παραπάνω λόγους ένα **Έμπειρο Σύστημα (Ε.Σ)** χρησιμοποιείται στη λύση προβλημάτων σε συγκεκριμένους και περιορισμένους αλλά περίπλοκους χώρους των οποίων τα δεδομένα και οι πληροφορίες είναι αβέβαια και μη πλήρη. Επίσης η προσαρμογή του συλλογισμού ενός ειδικού στους συλλογισμούς των μαθητών δεν είναι καθόλου προφανής και ο τρόπος αναπαράστασης των γνώσεων δεν αρκεί ώστε να διασφαλίσει μια παιδαγωγική επιτυχία. Όσον αφορά το μοντέλο του μαθητή και το μοντέλο του υπολογιστή - δασκάλου, που αντιδρά αλληλεπιδραστικά στις ερωτήσεις του μαθητή, φαίνεται να προσκρούει στις τεράστιες δυσκολίες που αφορούν στις θεωρίες πάνω στην ανθρώπινη νόηση και μάθηση.

2.2.3 Ανοικτά Προγραμματιστικά Περιβάλλοντα Μάθησης και Διερευνητική Μάθηση

Τον τελευταίο καιρό, ένα νέο ρεύμα επηρεασμένο από την ιλιγγιώδη εξέλιξη της τεχνολογίας και προσαρμοσμένο στις σύγχρονες παιδαγωγικές αντιλήψεις, έκανε την εμφάνισή του στα πλαίσια του κινήματος της LOGO με εμφανή στόχο την ανανέωση και αναδιοργάνωσή του. Βασική επιδίωξη του εν λόγω ρεύματος είναι η εναλλακτική προσέγγιση των μαθηματικών εννοιών με τη βοήθεια του υπολογιστή μέσα από ειδικά σχεδιασμένες εφαρμογές που καλύπτουν *“κατά ενιαίο τρόπο όλους τους συνήθεις τρόπους - φυσικούς και προγραμματιστικούς - έκφρασης, αποτύπωσης, διερεύνησης και αναζήτησης πληροφοριών* επίσης, προγραμματιστικής σύνθεσης αντικειμένων και μεθόδων επεξεργασίας τους” (X. Κυνηγός & αλ., 1995). Οι νέες υπολογιστικές δυνατότητες των μηχανών, η μείωση του κόστους αποθήκευσης και επεξεργασίας της πληροφορίας και οι εξελίξεις στη διασύνδεση ανθρώπου - μηχανής έχουν επιτρέψει τη δημιουργία νέων ισχυρών υπολογιστικών μέσων που προσφέρουν στο μαθητή εντελώς νέες ευκαιρίες στη χρησιμοποίηση των πιο εκλεπτυσμένων τεχνολογικών καινοτομιών. Το ρεύμα αυτό αποδίδεται με τον όρο **“Ανοικτά προγραμματιστικά περιβάλλοντα μάθησης”** (Logo-like Learning Environments), και η πιο γνωστή ίσως εφαρμογή είναι το **BOXER** των A. diSessa & H. Abelson που ακολουθεί τη φιλοσοφία του εξελικτικού προγραμματισμού που εκπροσωπεί η γλώσσα Logo. Σε ένα ανοικτό προγραμματιστικό περιβάλλον μάθησης η αντιμετώπιση ενός προβλήματος διαμορφώνεται σταδιακά μέσω πειραματισμού, αξιοποιούνται πλήρως οι δυνατότητες αλληλεπίδρασης του συστήματος με το μαθητή, παρέχονται δυνατότητες επιλογής του τρόπου αναπαράστασης ενώ δίδονται *“ευρύτερες δυνατότητες υλοποίησης κατηγορηματικών διασυνδέσεων των πληροφοριών και προγραμματιστικής απόδοσης κανόνων μεθόδων πάνω στις διασυνδέσεις αυτές και τα αντικείμενα που τις αφορούν”* (X. Κυνηγός & αλ., 1995).

Ένας άλλος παράλληλος με τις παραπάνω θεωρήσεις δρόμος για τη χρήση του υπολογιστή στην εκπαίδευση εκφράζεται από το ρεύμα που οριοθετείται από τον όρο **“διερευνητική μάθηση”**. Το ρεύμα αυτό επαγγέλλεται την ενεργητική - βιωματική μάθηση που αποκτά προσωπικό νόημα για το μαθητή στα πλαίσια της συνεργατικής μάθησης σε μικρές ομάδες. Ο υπολογιστής στα πλαίσια του ρεύματος αυτού συνιστά μέσο προσωπικής έκφρασης και διερεύνησης του μαθητή ώστε να ενδυναμώσει τις μαθησιακές του ικανότητες εκμεταλλευόμενος τις δυνατότητες που του παρέχονται από την υπολογιστική τεχνολογία. Η διερευνητική μάθηση αποτελεί εφαρμογή του παιδαγωγικού μοντέλου για τη χρήση της υπολογιστικής τεχνολογίας που διεθνώς

έχει καθιερωθεί με τον όρο “ολοκληρωμένο πρότυπο” (Integrated perception of computer use, βλέπε V. Makrakis, 1988). Το πρότυπο αυτό, όπως έχουμε αναφέρει, συστήνει τη διδασκαλία των νέων τεχνολογιών κατανεμημένη στα επιμέρους γνωστικά αντικείμενα με την ενσωμάτωση του υπολογιστή σε κάθε δραστηριότητα του μαθητή (Γ. Κοντογιαννοπούλου - Πολυδωρίδη, 1992). Όπως τονίζει ο Χ. Κυνηγός (1995) “ακολουθώντας το πρότυπο αυτό, οι υπολογιστές γίνονται εργαλείο ταυτόχρονα: για ποιοτική αναβάθμιση της διδακτικής, μαθησιακής και ευρύτερης εκπαιδευτικής διαδικασίας, για την ενδυνάμωση των εκφραστικών δυνατοτήτων των μαθητών και για την απόκτηση βασικών ικανοτήτων για τη χρήση της τεχνολογίας αυτής, στοιχείων που θα είναι απαραίτητα αύριο σε κάθε πολίτη”. Στα πλαίσια αυτού του προτύπου πρέπει να σχεδιαστεί νέου είδους λογισμικό που να επιτρέπει τη διερευνητική μάθηση κυρίως σχετικά με τη συμβολική έκφραση και τη διερεύνηση λογικομαθηματικών νοητικών χώρων με προγραμματιστικές εφαρμογές. Το λογισμικό αυτό, σύμφωνα πάντα με το Χ. Κυνηγό, θα υποβοηθά τη μετεξέλιξη του ρόλου του εκπαιδευτικού σε συνεχώς επιμορφωνόμενο παιδαγωγό (από απλό μεταφορέα γνώσης) και την ενθάρρυνση των μαθησιακών διαδικασιών δημιουργικής δόμησης της γνώσης και οργάνωσης της πληροφορίας μέσα από μια κοινωνική (συνεργατική) διαδικασία. Η έμφαση κατά την εφαρμογή του παραπάνω προτύπου δίνεται στο συμβολικό τρόπο προσέγγισης των ζητημάτων, στη συμβολική, λογική και ασυνεχή έκφραση των ιδεών μέσω προγραμματιστικών διαδικασιών (η μια από τις δύο πτυχές της ανθρώπινης σκέψης, η συμβολική σκέψη). Αυτός ο τρόπος προσέγγισης έχει εντελώς εγκαταλειφθεί στα νέα προγραμματιστικά τεχνολογικά περιβάλλοντα και στις γραφικές διασυνδέσεις ανθρώπου - μηχανής (graphical user interface) που οριοθετούνται από τις νέες μεθόδους του εικονοστροφής (visual), αντικειμενοστροφής (object-oriented) και καθοδηγούμενου από τα γεγονότα (event-driven) προγραμματισμού, των πολυμέσων (multimedia) και των υπερμέσων (hypermedia) καθώς και της λεγόμενης δυνητικής πραγματικότητας (virtual reality) προς όφελος του εικονικού, αναλογικού, διαισθητικού και συνεχούς τρόπου προσέγγισης (η άλλη πτυχή της ανθρώπινης σκέψης, η εικονική σκέψη). Υποτιμάται έτσι η συμβολική έκφραση των ιδεών του ανθρώπινου πνεύματος με σημαντικές αρνητικές επιπτώσεις κυρίως όσον αφορά τη μάθηση των λογικομαθηματικών εννοιών και τις γνωστικές διεργασίες που άπτονται της αφαιρετικής σκέψης.

Σε αυτά τα πλαίσια στη διάρκεια της δεκαετίας του 1980 και μέχρι σήμερα κατασκευάστηκαν προγράμματα λογισμικού που εισήγαγαν νέες διαστάσεις στην εκπαίδευση. Τέτοια προγράμματα εκτός από τα περιβάλλοντα που στηρίζονταν σε γλώσσες προγραμματισμού, όπως η Logo, ήταν οι προσομοιώσεις και οι μικρόκοσμοι με τη χρήση γλωσσών υψηλού επιπέδου και αντικειμενοστροφούς προγραμματισμού.

Ιδιαίτερα οι δυνατότητες των μικροκόσμων ανοίγουν στους μαθητές δυνατότητες να εξερευνήσουν πραγματικά συστήματα και να κάνουν έλεγχο υποθέσεων με παραγωγικό ή επαγωγικό τρόπο. Αλλά και χρησιμοποιώντας τις προσομοιώσεις και την αναγνώριση προτύπων σε συνδυασμό με τη δυνατότητα αλληλεπίδρασης οι μαθητές είναι δυνατόν να αναπτύξουν μοντέλα ανάλυσης ή πρόβλεψης που χαρακτηρίζονται από διανοητικές εικόνες και δράσεις όπως και λογική σκέψη (Janvier, 1987c).

2.2.3.1 Μικρόκοσμοι

Η έννοια του μικρόκοσμου χρησιμοποιήθηκε αρχικά από τον Papert (1980) ο οποίος υποστήριξε ότι ένας **“μικρόκοσμος”** *συνιστά ένα εκκολαπτήριο γνώσης προσφέροντας τη δυνατότητα στο μαθητή - λόγω της ιδιότητάς του να προσομοιώνει τον πραγματικό κόσμο - να εξερευνά εκ των έσω ένα γνωστικό αντικείμενο.* ” Συνίσταται δε, από ένα **σύνολο αντικειμένων** και **σχέσεων** καθώς και ένα **σύνολο λειτουργιών** που επιδρούν πάνω στα αντικείμενα, τροποποιώντας τις σχέσεις τους και δημιουργώντας νέα αντικείμενα Σε αυτό το πλαίσιο ένας “μικρόκοσμος” είναι ένα **ανοικτό πληροφορικό σύστημα** μέσα στο οποίο ο μαθητής μπορεί να εξερευνήσει ένα χώρο συνδυάζοντας τις εντολές κάποιας γλώσσας. Το ζητούμενο εδώ είναι η ανάπτυξη υψηλού επιπέδου γνωστικών δεξιοτήτων που να μεταφέρονται σε ποικίλες καταστάσεις.

Ένας μικρόκοσμος βασικά αποτελεί ένα εννοιολογικό χώρο (Vergnaud, 1983, Hielel, 1992) ο οποίος αποτελείται από :

- Ένα σύνολο από α) βασικά αντικείμενα, β)στοιχειώδεις λειτουργίες που μπορούν να επιδράσουν σε αυτά τα αντικείμενα και γ)κανόνες που εκφράζουν τους τρόπους με τους οποίους οι λειτουργίες επιδρούν σε αυτά τα αντικείμενα (Laborde & Strasser, 1990),και
- Ένα φαινομενολογικό χώρο ο οποίος συνδέει αντικείμενα και ενέργειες των εννοιολογικών αντικειμένων με τα φαινόμενα στην οθόνη του υπολογιστή.

Αυτό το φαινομενολογικό πεδίο καθορίζει τον τύπο της ανατροφοδότησης που ο μικρόκοσμος παρέχει, σε συνάρτηση με τις ενέργειες και τις αποφάσεις του χρήστη (Balacheff & Kaput, 1996). Ο εννοιολογικός χώρος σύμφωνα με τον Vergnaud, (1983) αποτελείται "από ένα εκτεταμένο σύνολο καταστάσεων για το χειρισμό διαφορετικών διασυνδεδεμένων εννοιών, διαδικασιών και αναπαραστάσεων." Επιπλέον, ένας μικρόκοσμος παρέχει τη δυνατότητα σύνδεσης των αντικειμένων αυτών με κάποιες σχέσεις (Laborde, et al., 1990; Pufall, 1988). Η δυνατότητα δημιουργίας νέων λειτουργιών από το συνδυασμό ήδη υπαρχόντων ενυπάρχει επίσης

στον ορισμό του μικρόκοσμου. Από αυτή την άποψη μπορεί κανείς να πει ότι ο μικρόκοσμος αναπτύσσεται παράλληλα με την ανάπτυξη της γνώσης του μαθητή (Hoyles, 1993,). Ένας μικρόκοσμος παρέχει τη δυνατότητα στο μαθητή να διερευνά ταυτόχρονα τη δομή των αντικειμένων με τα οποία αλληλεπιδρά, τις σχέσεις τους και την αναπαράσταση από την οποία έχουν δημιουργηθεί (Hoyles, 1993). Τα αντικείμενα των μικρόκοσμων αποτελούν ενδιάμεσα αντικείμενα μεταξύ των συγκεκριμένων, άμεσα διαχειρίσιμων και των αφηρημένων συμβολικών αντικειμένων (Papert, 1987. ό.π. η Hoyles 1993). Αυτά τα περιβάλλοντα που μπορούν να συνδυάσουν τις δυνατότητες ανάπτυξης της εμπειρικής λογικής σκέψης με τις δυνατότητες ανάπτυξης της παραγωγικής λογικής αποτελούν επίσης περιοχές που υπόσχονται πολλά για το μέλλον (Balacheff & Karut, 1996). Τα τελευταία χρόνια έχουν κατασκευαστεί αρκετοί μικρόκοσμοι που υποστηρίζουν μαθηματικές έννοιες. Ειδικότερα για τη γεωμετρία έχουν κατασκευαστεί μικρόκοσμοι από τους οποίους οι σημαντικότεροι αναφέρονται παρακάτω Cabri, Sketchpad , Geometric Supposer

2. 2.3.2 Η προσομοίωση

Η προσομοίωση (simulation) ή εξομοίωση, ως τεχνική μίμησης της συμπεριφοράς ενός συστήματος από ένα άλλο σύστημα, καταλαμβάνει σημαντική θέση στα πλαίσια των νέων νοητικών τεχνολογιών. Ένα πρόγραμμα προσομοίωσης έχει ως βασικό στόχο μια δυναμική αναπαράσταση της πραγματικότητας με την παράλληλη χρήση κειμένων, ήχων ή γραφικών. Ο χειριστής μπορεί να παρέμβει κάθε στιγμή με μια απλή εντολή μέσα στην εξερεύνηση ενός ορατού κόσμου ο οποίος γίνεται αντικείμενο εξερεύνησης με αλληλεπιδραστικό τρόπο. Το περιβάλλον αλληλεπίδρασης, σε αντίθεση με τις λειτουργικές περιγραφές πάνω στο χαρτί, είναι κατά κανόνα δυναμικό και εφοδιασμένο με αυτονομία δράσης και αντίδρασης. Τα λογισμικά αυτά μπορούν να προσομοιώνουν φανταστικές ή πραγματικές καταστάσεις και να υποστηρίζουν μάθηση μέσω παρατήρησης ή μέσω εξερεύνησης. Ο μαθητής μπορεί να ανακαλέσει πληροφορίες, να συμμετέχει σε γεγονότα που προσομοιώνουν φανταστικές ή πραγματικές καταστάσεις, να λάβει αποφάσεις και να μελετήσει μέσω της ανατροφοδότησης του συστήματος τις επιπτώσεις των ενεργειών ή των αποφάσεών του

Τα πρώτα εκπαιδευτικά προγράμματα προσομοίωσης δημιουργήθηκαν στις αρχές της δεκαετίας το '70 και ως λογισμικό είχαν σαφώς αντίθετο παιδαγωγικό προσανατολισμό από την κλασική **Διδασκαλία με την Βοήθεια Υπολογιστή**. Ενώ τα προγράμματα εξάσκησης και πρακτικής (κατά κανόνα προγράμματα Διδασκαλίας με τη βοήθεια Υπολογιστή) οφείλουν πολλά στις απόψεις του B. F. Skinner, τα προγράμματα προσομοίωσης βασίζονται περισσότερο στις απόψεις του

A. Bandura για την θεωρία της κοινωνικής μάθησης (Social-Learning Theory, 1977) (Ράπτης, 1993). Ο A. Bandura (1977) υποστηρίζει ότι σημαντικό τμήμα των ανθρωπίνων γνώσεων αποκτάται μέσω της παρατήρησης της συμπεριφοράς των άλλων και της προσπάθειας για αναπαραγωγή της εν λόγω συμπεριφοράς.

Ένα εκπαιδευτικό πρόγραμμα προσομοίωσης θα πρέπει να περιέχει (N. Ράπτης, 1993):

α) Την επιλογή των μεταβλητών εκείνων που θεωρούνται σημαντικές από εκπαιδευτική σκοπιά, και που είναι εκείνες που μπορεί να μεταβάλλει ο μαθητής.

β) Την προσπάθεια για αύξηση του ενδιαφέροντος του παιδιού (με τη χρήση ενδιαφερόντων σεναρίων, γραφικών, εικόνων, κίνησης, ήχου κλπ).

γ) Τη σχέση των ενεργειών του μαθητή με την εξέλιξη του φαινομένου. Σε μια παιδαγωγική κατάσταση προσομοίωσης ο μαθητής - αλλάζοντας κατά βούληση ορισμένες μεταβλητές του εξεταζόμενου φαινομένου - έχει στα χέρια του την πρωτοβουλία εξέλιξης και δεν οφείλει να απαντά σε ερωτήσεις που έχουν προβλεφθεί από τους δημιουργούς του λογισμικού. Αντίθετα, με βάση τις παρατηρήσεις που κάνει πάνω στα αποτελέσματα των χειρισμών του, είναι δυνατόν να ανακαλύψει το μοντέλο το οποίο προσομοιώνει το λογισμικό ή τις βασικές παραμέτρους που το συνθέτουν και να εφαρμόσει αυτά που έχει ήδη μάθει (F. Demaiziere & C. Dubuisson, 1992).

Ο G. Bossuet (1982) διακρίνει τρεις διαφορετικούς τρόπους εκπαιδευτικής χρήσης της προσομοίωσης:

A. Την υποστήριξη του μαθήματος με τη βοήθεια αλληλεπιδραστικής προσομοίωσης,

B. Την επαλήθευση ενός μοντέλου και

Γ. Την κλασική αλληλεπιδραστική προσομοίωση.

Σε πολλούς επιστημονικούς χώρους μάλιστα η προσομοίωση επιτρέπει εξοικονόμηση χρόνου αφού παρέχει τη δυνατότητα να παρουσιασθούν άμεσα πειραματικά αποτελέσματα που σε πραγματικές πειραματικές συνθήκες θα απαιτούσαν μήνες ή και χρόνια για να εξελιχθούν (στη γενετική ή την κοσμολογία για παράδειγμα). Σε άλλες περιπτώσεις τα πειράματα δημιουργούν υπαρκτούς και σοβαρούς κινδύνους ώστε να είναι αδύνατον να πραγματοποιηθούν στα πλαίσια του εργαστηρίου (στο χώρο της πυρηνικής φυσικής για παράδειγμα) ή η πραγματοποίησή τους είναι απαγορευτική λόγω κόστους. Με λίγα λόγια, ενώ οι πραγματικοί πειραματισμοί εγκυμονούν σοβαρούς κινδύνους και απαιτούν σημαντικό χρόνο και ενέργεια για την εξέλιξή τους και το λάθος μπορεί να αποβεί μοιραίο κάποιες φορές, η προσομοίωση παρουσιάζει δύο σοβαρά πλεονεκτήματα: είναι πιο γρήγορη και πιο σίγουρη. Με τις νέες τεχνολογικές εξελίξεις αξιοποιούνται οι δυνατότητες της μηχανής για τη δημιουργία αλληλεπιδραστικών περιβαλλόντων προσομοίωσης στα πλαίσια των

οποίων ο μαθητής έχει τη διαχείριση του χώρου χρησιμοποιώντας μεθόδους και τρόπους έκφρασης ήδη γνωστούς από το γνωστό του κόσμο εμβαθύνοντας έτσι στο χώρο τον οποίο μελετά.

Αν το φαινόμενο που αναπαριστά η προσομοίωση είναι άγνωστο στο μαθητή, η προσομοίωση αποκαλείται **μοντελοποιητική**. Διαφορετικά είναι **συμπεριφοριστική** και μπορούμε να διακρίνουμε τρεις κατηγορίες: **τη δυναμική προσομοίωση** επικεντρωμένη στη μελέτη της επιρροής των παραμέτρων, **τη μεθοδολογική προσομοίωση** της οποίας στόχος δεν είναι η μελέτη των συνεπειών ενός μοντέλου με τη μεταβολή των παραμέτρων του, αλλά η αντιπαράθεσή του με την εμπειρία ή με την κοινή λογική, και την **επιχειρησιακή προσομοίωση** που στοχεύει να θέσει σε λειτουργία ένα πείραμα ή μια συσκευή μαθαίνοντας έτσι τις διαδικασίες, τα μοντέλα και τα συστήματα. Με βάση τις πρόσφατες εξελίξεις στο χώρο του εκπαιδευτικού λογισμικού, σημαντικό ρόλο παίζουν τα λεγόμενα “περιβάλλοντα αλληλεπιδραστικής προσομοίωσης”.

2.2.3.3 Συστήματα μοντελοποίησης

Κατά το τέλος σχεδόν της δεκαετίας του '80, να στραφεί το ενδιαφέρον προς την ανάπτυξη και χρήση εκπαιδευτικών λογισμικών που επιτρέπουν στους μαθητές να ασχοληθούν με την επινόηση και κατασκευή μοντέλων (δημιουργία μοντέλου, δοκιμή μέσα από προσομοίωση του φαινομένου που απορρέει από το μοντέλο, βελτίωση του μοντέλου μέσα από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων του με αυτά της πραγματικότητας).

Μπορούμε να διακρίνουμε τρία διαφορετικά είδη εκπαιδευτικών λογισμικών που υποστηρίζουν δραστηριότητες μοντελοποίησης:

Μοντελοποίηση μέσω διαδικασιών προγραμματισμού

Κατά τα μέσα της δεκαετίας του '80, η μοντελοποίηση γινόταν μέσω γλωσσών προγραμματισμού (π.χ. τύπου LOGO) που επέτρεπαν τη δημιουργία μαθηματικών ουσιαστικά μοντέλων. Στη συνέχεια, δημιουργήθηκαν εξειδικευμένα εκπαιδευτικά λογισμικά, κατάλληλα για ειδικά μαθηματικά μοντέλα, όπως το “Dynamic Modelling System” (Ogborn 1986). Η μοντελοποίηση θεωρήθηκε ως μια δραστηριότητα που πλησιάζει αυτή του προγραμματισμού, και μπορεί να οδηγήσει στη διερεύνηση και στην κατανόηση φαινομένων που μοντελοποιούνται μέσω σύνθετων μαθηματικών μοντέλων, όπως για παράδειγμα αυτά των διαφορικών εξισώσεων.

Ειδικά εκπαιδευτικά λογισμικά μοντελοποίησης με ποσοτικά μοντέλα:

Κατά την τελευταία δεκαετία αναπτύχθηκαν πιο εξελιγμένα συστήματα όπως το

Stella και το πρόσφατο Modellus. Τα λογισμικά αυτά έχουν ως κοινό στοιχείο ότι ζητούν από τον χρήστη να ονομάσει και να καθορίσει μεταβλητές, να τους αποδώσει τιμές, και να περιγράψει σχέσεις που τις συνδέουν μεταξύ τους.

Για τη δημιουργία των μοντέλων, το Stella προσφέρει ένα γραφικό περιβάλλον, όπου οι μεταβλητές αναπαριστώνται από ειδικά σύμβολα, ενώ παράλληλα απαιτεί τον προσδιορισμό των σχέσεων μέσω μαθηματικών εκφράσεων. Υποστηρίζει την επινόηση και δημιουργία μιας μεγάλης ποικιλίας μοντέλων που συναντάμε σε διάφορες επιστήμες όπως οικονομία, μελέτη φυσικού περιβάλλοντος, φυσική, μαθηματικά, κλπ.

Το Modellus είναι ένα σύστημα μαθηματικής μοντελοποίησης, που παράγει δυναμικές προσομοιώσεις, ενώ προσφέρει ένα ιδιαίτερα ευέλικτο περιβάλλον για τη σύνταξη των μαθηματικών σχέσεων (εξισώσεων), ανάλογο με τον τρόπο που γράφουμε σε χαρτί και μολύβι.

Συστήματα που υποστηρίζουν την ποιοτική και ημιποσοτική μοντελοποίηση:

Μοντελοποίηση δε γίνεται ή δεν είναι κατάλληλο να γίνεται μόνο μέσω ποσοτικών μαθηματικών μοντέλων. Και αυτό γιατί, πρώτον, όλα τα μοντέλα δεν είναι μαθηματικά μοντέλα, δεύτερον η μαθηματική μοντελοποίηση δεν είναι κατάλληλη για μικρούς σε ηλικία μαθητές (μαθητές Γυμνασίου), και τρίτον η άμεσα μαθηματική μοντελοποίηση δε βοηθά στη διαδικασία κατανόησης και οικοδόμησης των εννοιών. Μέσα από τον προβληματισμό αυτό, αναπτύχθηκαν στις αρχές τις δεκαετίας του '90 τα πρώτα εκπαιδευτικά λογισμικά που στηρίζουν τις διαδικασίες μοντελοποίησης μέσα από την εφαρμογή ποιοτικού αλλά και ημιποσοτικού συλλογισμού Το σύστημα IQON (Bliss and all 1992) είναι το πρώτο λογισμικό που σχεδιάστηκε εφαρμόζοντας ημιποσοτικό συλλογισμό.

Πρόσφατα αναπτύχθηκε το λογισμικό ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ (Κόμης & άλλοι 1998) (στα πλαίσια του προγράμματος Σειρήνες), που υποστηρίζει τον ποιοτικό, ημιποσοτικό και ποσοτικό συλλογισμό, για δραστηριότητες μοντελοποίησης σε μια ποικιλία γνωστικών αντικειμένων και διαφορετικά είδη μοντέλων (δυναμικά μοντέλα, μοντέλα λογικής, σημασιολογικά μοντέλα.)

Διδακτική διαχείριση των συστημάτων μοντελοποίησης: Κατά την αλληλεπίδραση με λογισμικά μοντελοποίησης, οι μαθητές εργάζονται πάνω σε δύο ειδών δραστηριότητες, δραστηριότητες διερεύνησης μοντέλων, και δραστηριότητες επινόησης μοντέλων.

Κατά τις δραστηριότητες διερεύνησης μοντέλων προτείνεται στους μαθητές: Η επιβεβαίωση και βελτίωση ή επέκταση ενός μοντέλου, η επιλογή της καταλληλότητας

ενός από δύο ή περισσότερα διαφορετικά μοντέλα, η οποία γίνεται μέσω διερεύνησης της συμπεριφοράς τους.

Η δραστηριότητα επινόησης μοντέλων είναι συνήθως μια σύνθετη δραστηριότητα για την οποία απαιτούνται τα ακόλουθα στάδια:

- **Ανάλυση προβλήματος:** Αρχικό βήμα σε μια διαδικασία μοντελοποίησης είναι η διατύπωση των ερωτημάτων, η συγκεκριμενοποίηση του προβλήματος, και η διατύπωση υποθέσεων.
- **Επινόηση ενός αρχικού μοντέλου:** Ένα από τα πρώτα ζητήματα για τα οποία οι μαθητές θα προβληματιστούν είναι οι παράγοντες που θα θεωρήσουν (οντότητες/μεγέθη) και θα εισάγουν στο μοντέλο καθώς και προσδιορισμός των σχέσεών τους.
- **Δοκιμή του μοντέλου:** Κατά την εκτέλεση του μοντέλου λαμβάνονται υπόψη οι προσομοιώσεις και οι αναπαραστάσεις που παράγονται, έτσι ώστε να γίνει η επιβεβαίωση της καταλληλότητάς του, ή να τεκμηριωθεί η ανάγκη βελτίωσής του.

Η παιδαγωγική διαχείριση της μάθησης μέσω λογισμικών μοντελοποίησης δεν είναι προφανής, εφόσον πρόκειται για προσέγγιση διδασκαλίας μέσω καθοδηγούμενης ανακάλυψης όπου ο διδάσκων δε θα πρέπει να προστρέχει παρουσιάζοντας έτοιμες τις σχέσεις ή τους νόμους, αλλά να υποβοηθά μέσω νύξεων και υποδείξεων παροτρύνοντας τους μαθητές να αναλογίζονται και να διερευνούν.

2.2.4 Υπερκείμενα, Υπερμέσα και Μάθηση

Στο πλήθος των καινούργιων φαινομένων και των νέων εννοιών που έχουν αναδυθεί στις σύγχρονες κοινωνίες της πληροφορίας και της επικοινωνίας ξεχωρίζουν τα **υπερμέσα** (hypermedia) και τα **πολυμέσα** (multimedia). Η τεχνολογική πρόοδος συντελεί στην τροποποίηση της σχέσης του σύγχρονου ανθρώπου με τη γραφή, την ανάγνωση, την όραση, τα ακούσματα, την αντίληψη, τη μάθηση. Ο ρόλος των **μέσων** σε αυτή τη σχέση είναι πρωταρχικός. Η ιδέα μάλιστα της χρησιμοποίησης των διάφορων **μέσων** στη διδασκαλία υπάρχει εδώ και πολύ καιρό και τα νέα **μέσα** (hypermedia, multimedia) θεωρούνται από πολλούς ως ενδεχόμενες εναλλακτικές λύσεις για τη διδασκαλία και τη μάθηση.

Η ιδέα του υπερκειμένου (hypertext) προτάθηκε για πρώτη φορά από τον Vannevar Bush το 1945, με σκοπό την βελτίωση των τρόπων πρόσβασης στην πληροφορία, τρόποι που βρισκόταν σε σημαντική καθυστέρηση σε σχέση με τους τρόπους παραγωγής της πληροφορίας. Όταν λοιπόν αναγκαία η δημιουργία ενός μέσου που

θα επέτρεπε την αποθήκευση και τη χρησιμοποίηση των πληροφοριών ευνοώντας τη συνειρμική σκέψη. Η πρώτη όμως συγκεκριμένη παραγωγή δεν εμφανίστηκε παρά στα μέσα της δεκαετίας του '60. Την ίδια εποχή κάνει και την εμφάνισή του ο όρος **υπερκείμενο** (hypertext). Ο εμπνευστής του ο Theodor Holme Nelson, το 1965, είχε σκοπό να περιγράψει με αυτό τον τρόπο αρχεία κειμένου, οργανωμένα με μη σειριακή μορφή. Η έννοια του υπερκειμένου στηρίζεται λοιπόν σε μια οργάνωση των πληροφοριών που επιτρέπει τη μη γραμμική ανάγνωσή τους από το χρήστη. Στο τεχνικό επίπεδο, ένα υπερκείμενο είναι ένα σύνολο κόμβων συνδεδεμένων με συνδέσμους (links). Οι κόμβοι είναι λέξεις, σελίδες, εικόνες, γραφικά, ήχοι ή ακόμα άλλα υπερκείμενα. Στο λειτουργικό επίπεδο το υπερκείμενο συνιστά ένα λογισμικό περιβάλλον που έχει σκοπό να οργανώσει γνώσεις ή δεδομένα για την πρόσκτηση πληροφοριών και την επικοινωνία. Άρα ένα υπερκείμενο είναι μια δομή σε δίκτυο: τα στοιχεία κειμένου αποτελούν κόμβους συνδεδεμένους με μη γραμμικές και ασθενώς ιεραρχημένες σχέσεις [Laufer & Scavetta,1992]. Η μεγαλύτερη πρόκληση στις τεχνολογίες αυτές πραγματοποιήθηκε από την **Apple Macintosh** με τη δημιουργία του περιβάλλοντος **Hypercard** το οποίο παρείχε τις δυνατότητες δημιουργίας υπερκειμένων. Το περιβάλλον αυτό σε συνδυασμό με τις δυνατότητες γραφικής διαχείρισης των λειτουργιών στο περιβάλλον διεπαφής (Graphical User Interface Design) αποτέλεσε ένα πολύ ισχυρό εργαλείο το οποίο γρήγορα διαδόθηκε σε μεγάλους πληθυσμούς.

Το υπερκείμενο, σαν πρόγραμμα πληροφορικής που επιτρέπει τη δημιουργία και την παρουσίαση με αλληλεπιδραστικό τρόπο ενός συνόλου από δεδομένα (κείμενα, εικόνες, ήχους, προσομοίωση κίνησης, video), μπορεί να χαρακτηριστεί από τρεις πτυχές που συνιστούν την αρχιτεκτονική του: Καταρχήν μια **βάση δεδομένων** που περιέχει κείμενο, εικόνες, ήχο κλπ., στη συνέχεια ένα **σημασιολογικό δίκτυο** που σχηματίζεται από ιεραρχικές, προσεταιριστικές και αναλογικές σχέσεις που διέπουν τις διάφορες θεματικές ενότητες και τέλος **πληροφορικά εργαλεία** που επιτρέπουν τη χρήση, την επεξεργασία και πιθανόν τον εμπλουτισμό της παραπάνω βάσης δεδομένων με τη βοήθεια του σημασιολογικού δικτύου. Μέσα σε ένα υπερκειμενικό σύστημα επιτρέπεται η **πλοήγηση**. Η πλοήγηση αυτή εξαρτάται βέβαια στον ίδιο το χρήστη αλλά δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί παρά μόνο σε συνάρτηση με τις προτάσεις προορισμού που του παρέχει το υπερκείμενο (M. Nanard, 1995).

Η έννοια της πλοήγησης συνιστά την κυρίαρχη ιδέα χρήσης ενός υπερκειμένου ή ενός υπερμέσου και χαρακτηρίζεται από τρεις ιδιαίτερα ενδιαφέρουσες διαστάσεις (F. Demaiziere & C. Dubuisson, 1992). :

α) **Ποικιλία δυνατών δρομολογίων**: ο μαθητής ξεκινώντας από ένα προτεινόμενο θέμα έχει τη δυνατότητα να εμβαθύνει σε σημεία που επιθυμεί, να προχωρήσει

γρηγορότερα στα επόμενα, να αποκτήσει πληροφορίες που του είναι απαραίτητες για τη συνέχιση της πλοήγησης. β) **Ελευθερία διαδρομής:** ο μαθητής δεν υποχρεώνεται από το σύστημα να εξερευνήσει όλες τις διαδρομές αλλά μόνο αυτές που ο ίδιος κρίνει απαραίτητες. γ) **Έλεγχος της διαδρομής από το μαθητή:** Αποφασίζει ο ίδιος να προχωρήσει ή να γυρίσει πίσω ώστε να εξερευνήσει και άλλες διαδρομές που προηγουμένως είχε προσπεράσει, κατασκευάζοντας με αυτό τον τρόπο το δικό του παιδαγωγικό σενάριο, εξατομικεύοντας τις μαθησιακές του διαδρομές.

Η πλοήγηση επίσης, προτείνοντας στο μαθητή ένα αυτόνομο τρόπο εργασίας, μπορεί να πάρει διάφορες μορφές που είναι συνάρτηση πολλών παραγόντων:

α) **Ελεύθερη πλοήγηση** σε μια βάση δεδομένων που ισοδυναμεί με το ξεφύλλισμα μιας εγκυκλοπαίδειας ή των αρχείων μιας βιβλιοθήκης.

β) **Δυνατότητες εμπάθυνσης** που εξαρτώνται από τον τρόπο δημιουργίας της βάσης δεδομένων (διαφορετικά επίπεδα πρόσβασης στις πληροφορίες ξεκινώντας από το ίδιο σημείο) και επιτρέπουν έτσι να προστεθεί μια παιδαγωγική διάσταση στο σύστημα.

γ) Προσθήκη **ελέγχου των γνώσεων** μέσω ενός συστήματος “τεστ” που επιτρέπει στο μαθητή να ελέγχει τις δυνατότητές του και να καθορίζει ανάλογα με τις επιδόσεις του τη διαδρομή που θα ακολουθήσει.

δ) **Βοήθεια** στην πλοήγηση μέσω υποδείξεων τις οποίες ο χρήστης μπορεί να λάβει αν θέλει υπόψη του.

ε) **Πλοήγηση με προσομοίωση** μέσω ενσωματωμένων στο σύστημα παιδαγωγικών σεναρίων ανάλογα με την ακολουθούμενη διαδρομή.

Όπως υποστηρίζει ο A. Tricot (1994, σελ. 97-112), η χρησιμοποίηση του υπερκειμένου, παρουσιάζει τρία πλεονεκτήματα.

α) **Ευκολία χρήσης** και σύλληψης: ο χρήστης δεν χρειάζεται να μάθει μια γλώσσα αλληλεπίδρασης με το σύστημα, για να το χρησιμοποιήσει.

β) **Ελευθερία επιλογής:** σε κάθε στάδιο χρήσης το υποκείμενο πραγματοποιεί την επιλογή του επόμενου κόμβου για εξερεύνηση. Στο πλαίσιο αυτό, ο τρόπος της παρουσίασης των γνώσεων δεν επηρεάζεται από λογικές, ιεραρχικές ή συνολοθεωρητικές δυσχέρειες, λόγω της δομής του συστήματος.

γ) **Αβέβαιοι σκοποί:** η μεγαλύτερη ίσως καινοτομία των υπερμέσων ως “γνωστικά μέσα” συνίσταται στο γεγονός του ότι επιτρέπουν στο χρήστη να μην έχει καλώς προσδιορισμένους σκοπούς, αλλά συναρτήσει των απαντήσεων του συστήματος να προσεγγίζει προοδευτικά το πρόβλημά του.

Ο P. Levy (1990) τέλος, μιλώντας για το υπερκείμενο, το χαρακτηρίζει από έξι αφηρημένες και γενικές αρχές:

- Αρχή της **μεταμόρφωσης**, γιατί ένα υπερκειμενικό δίκτυο βρίσκεται διαρκώς σε εξέλιξη.
- Αρχή της **ετερογένειας**, γιατί οι κόμβοι και οι δεσμοί είναι ετερογενείς και μπορούν να εμπεριέχουν εικόνες, ήχους, λέξεις, άλλα υπερκείμενα κλπ.
- Αρχή της **πολλαπλότητας** και του **εγκιβωτισμού** των κλιμάκων, εξαιτίας του τρόπου οργάνωσής του: ο οποιοσδήποτε κόμβος ή ο οποιοσδήποτε σύνδεσμος μπορεί να αποτελεί σύνθεση δικτύου.
- Αρχή της **εξωτερικότητας**, διότι δεν εμπεριέχει οργανική μονάδα
- Αρχή της **τοπολογίας**, γιατί μέσα σε ένα υπερκείμενο όλα λειτουργούν με την αρχή της εγγύτητας και της γειννίαςης
- Αρχή της **κινητικότητας** των κέντρων γιατί το δίκτυο διαθέτει διαρκώς πολλά κέντρα.

Η τεχνολογία των υπερκειμένων γρήγορα μετατράπηκε σε τεχνολογία υπερμέσων όπου οι υπερσύνδεσμοι μεταφέρουν πληροφορίες διαφορετικού τύπου και με διαφορετικά μέσα. Ένα υπερκείμενο, κάτω από αυτό το πρίσμα, συγκεντρώνει υλικό όχι μόνο από κείμενα αλλά και στην πιο σύγχρονη μορφή του εικόνες, γραφικά, video, κινούμενες εικόνες (animation) κλπ., διασυνδεδεμένα με τέτοιο τρόπο ώστε θα ήταν αδύνατον να παρουσιαστούν μέσω ενός συμβατικού βιβλίου και τότε μπορούμε να μιλήσουμε για **υπερμέσα**. Η πλειονότητα των συστημάτων **υπερμέσων** εμπεριέχουν τουλάχιστον δύο διαφορετικούς τρόπους χρήσης: τον τρόπο “συγγραφέα” και τον τρόπο “τελικού χρήστη” μέσα στον οποίο δεν υπάρχει παρά μόνο μια δυνατότητα, εκείνη της πλοήγησης.

Ένα εκπαιδευτικό λογισμικό της φιλοσοφίας του υπερμέσου θα έπρεπε λοιπόν να ακολουθεί τις εξής βασικές αρχές σχεδιασμού:

- Εξερεύνηση
- Υψηλό βαθμό ανεξαρτησίας στην προσπέλαση μαθησιακού υλικού
- Ανάπτυξη των λογικών συλλογισμών
- Ανάπτυξη πρωτοβουλίας και αυτοσχεδιασμού

Το μαθησιακό υλικό πρέπει να προσφέρεται με τη μορφή μιας δομής μικρών πολύ ευέλικτων μονάδων από τις οποίες επιλέγουν οι μαθητές αυτές που τους χρειάζονται στη μαθησιακή τους δραστηριότητα χωρίς να περιορίζονται σε πλαίσια τα οποία επιβάλλονται από προκαθορισμένες μαθησιακές διαδικασίες.

2.2.4.1 Υπερκείμενα, Υπερμέσα και Εκπαίδευση

Με βάση τις αρχές του, το υπερμέσο συνιστά ένα εξαιρετικά ενδιαφέρον και ισχυρό εργαλείο για τις παιδαγωγικές καταστάσεις. Ο μαθητής - χρήστης ενός συστήματος υπερμέσων μπορεί πολύ εύκολα και με ιδιαίτερα φιλικό τρόπο να έχει πρόσβαση σε πληροφορίες τις οποίες μπορεί να συγκρίνει και αν αναλύσει. Εξάλλου, η δημιουργία εκπαιδευτικών συστημάτων υπερμέσων ενθαρρύνει τη χρήση πολλαπλών τρόπων αναπαράστασης πληροφορίας σε αντίθεση με την παραδοσιακή εκπαίδευση που χαρακτηρίζεται από το λογοκεντρισμό και την έμφαση που προσδίδει στο γραπτό και τον προφορικό λόγο (D. Cunningham & all, 1993). Με βάση ένα ευρύ πεδίο καταστάσεων ο μαθητής μπορεί να προχωρήσει σε αφαίρεση ή να γενικεύσει απομονώνοντας έτσι μια υπονοούμενη έννοια ή, αντίθετα μπορεί να επαληθεύει αν μια αφηρημένη γνώση βρίσκει εφαρμογή μέσα σε αυτήν ή σε αυτήν την ειδική περίπτωση. Και στις δυο περιπτώσεις, εκπαιδεύεται στην επιλογή της πληροφορίας συμφώνα με κριτήρια καταλληλότητας τα οποία οφείλει να ορίσει σε συνάρτηση με του αρχικό του στόχο μεταξύ των προσφερόμενων δυνατοτήτων του συστήματος. Τα υπερμέσα μπορούν κατ' αυτό τον τρόπο να γίνουν αποτελεσματικά εργαλεία για την ενίσχυση δραστηριοτήτων σύνθεσης και παραγωγής του μαθητή.

Σε ένα άλλο επίπεδο, η δημιουργία υπερμέσων αποτελεί μια δραστηριότητα η οποία επιτρέπει στο μαθητή να αποκτήσει περισσότερο σύνθετες και περίπλοκες δεξιότητες. Το γεγονός μάλιστα της μη γραμμικής δομής ενός συστήματος υπερμέσων επιτρέπει να ευνοούνται τρόποι μάθησης λιγότερο παραδοσιακοί, όπως η μάθηση μέσω ανακάλυψης (discovery learning), η συσχέτιση εννοιών και η συλλογική ανάπτυξη εφαρμογών και εργασιών (συνεργατική μάθηση).

Επίσης ο G. Paquette (1991), συσχετίζει τους στόχους μάθησης μέσα σε ένα σύστημα υπερμέσων με τις χρησιμοποιούμενες παιδαγωγικές στρατηγικές. Οι στόχοι αυτοί μπορεί να αφορούν την πρόσκτηση απλών πληροφοριακών γνώσεων, εννοιών, κανόνων, διαδικασιών, δομικών μοντέλων ή μεθόδων ή μετα-γνώσεων. Η απλούστερη στρατηγική είναι αυτή του τύπου παρουσίασης, όπου ο μαθητής περιπλανιέται μέσα σε ένα δίκτυο σχεδόν γραμμικό, διότι οι στόχοι περιορίζονται στην απλή πρόσκτηση πληροφοριών. Σε άλλες περιπτώσεις χρησιμοποιείται σαν προσομοιωτής για την πραγματοποίηση ενός επαγωγικού τρόπου σκέψης όπου πρόκειται να ανακαλυφθεί η λειτουργία ενός μοντέλου που αποτελεί τη βάση της προσομοίωσης. Άλλες εφαρμογές χρησιμοποιούν τα υπερμέσα για την κατασκευή βάσεων δεδομένων. Τέλος, ο μαθητής μπορεί να χρησιμοποιήσει ένα λογισμικό περιβάλλον με τη μορφή υπερμέσου για να κατασκευάσει και να “εκσφαλματώσει” (debugging) τις γνώσεις του πάνω σε ένα δοσμένο θέμα, ενσωματώνοντας τις σε μια

εφαρμογή που ο ίδιος δημιουργεί. Η ελεύθερη πλοήγηση μέσα σε ένα υπερμέσο επιτρέπει στο μαθητή να δημιουργήσει τον ίδιο του το γνωστικό χάρτη (carte cognitive). Η ελεύθερη επιλογή της διαδρομής και η αλληλεπιδραστικότητα του λογισμικού, ευνοούν, κατά κάποιον τρόπο, την προσωπική ανάμειξη του μαθητή στη διαδικασία της μάθησης. Η δημιουργία εκπαιδευτικού λογισμικού που προωθεί τη δυνατότητα του μαθητή να καθορίσει ο ίδιος τη μαθησιακή του διαδρομή στα πλαίσια του υλικού που του διατίθεται από το λογισμικό παρέχει τη δυνατότητα της προσωπικής οργάνωσης της μάθησης με ρυθμούς που καθορίζονται από τον εκπαιδευόμενο και όχι τον εκπαιδευτή. Τέλος οι δυνατότητες που προσφέρει η οργάνωση εκπαιδευτικού λογισμικού που χρησιμοποιεί τεχνικές υπερμέσου είναι πολλαπλές και ανεξάρτητες του περιεχομένου, και παρέχουν στον εκπαιδευτικό ιδιαίτερα ευέλικτους τρόπους οργάνωσης του μαθήματος.

2.2.4.2 Τα πολυμέσα

Ήδη από το 1945 ο Vannevar Bush, προτείνοντας την έννοια που κατέληξε στο υπερκείμενο είχε επίσης προτείνει την ιδέα για τη δημιουργία μιας τεράστιας αποθήκης - ρεζέρβας ντοκουμέντων από **πολλαπλά μέσα** ή **πολυμέσα** (multimedia). Η πτώση των τιμών που έχει παρατηρηθεί τα τελευταία χρόνια, σε συνδυασμό με την τεχνολογική εξέλιξη τόσο σε επίπεδο υλικού όσο και σε επίπεδο λογισμικού, έκανε εντέλει δυνατή τη μαζική παραγωγή συστημάτων πολυμέσων και επέτρεψε την πλατύτερη διάδοσή τους. Τα πολυμέσα, στα πλαίσια αυτά, διευρύνουν την επικοινωνία ανθρώπου - μηχανής, ενώ η βασική αρχή που διέπει τη λειτουργία τους είναι η μετατροπή του χρήστη ενός συστήματος επεξεργασίας πληροφοριών σε χειριστή του. Μια εφαρμογή πολυμέσων πρέπει να θεωρηθεί κάτι περισσότερο από κομμάτια video, ήχου και δεδομένων. Με άλλα λόγια, ο υπολογιστής αναπτύσσει παιδαγωγικές δεξιότητες τις οποίες δεν είχε όταν επεξεργάζοταν δεδομένα μόνο σε μορφή κειμένου.

Στις αρχές της δεκαετίας του 90 οι τεχνολογίες των πολυμέσων ήταν διαθέσιμες και για τους προσωπικούς υπολογιστές. Δύο βασικές πλατφόρμες πολυμέσων αναπτύχθηκαν η Apple – Macintosh και η Multimedia PC. Βασικά τους χαρακτηριστικά η ευελιξία στη διαχείριση πληροφορίας διαφορετικού τύπου και αργότερα η δυνατότητα διαχείρισης πληροφορίας σε video.

2. 2.5 Οι δυναμικές πραγματικότητες

Στις μέρες μας οι σχέσεις ανάμεσα στους ανθρώπους, την εργασία, ακόμα και την ίδια τη νοημοσύνη, είναι συνυφασμένες με την αδιάκοπη ανάπτυξη των πληροφορικών μέσων. Εξαιτίας της ραγδαίας τεχνολογικής ανάπτυξης, η

πληροφορική ανοίγει νέους εντελώς δρόμους για την οπτική έκφραση της σκέψης. Η επιτυχία τους οφείλεται στην δυνατότητα προσομοίωσης, την αλληλεπιδραστικότητα των προγραμμάτων και την εφαρμογή τους σε πραγματικό χρόνο (real time). Η πραγματικότητα αναπαράγεται από τον υπολογιστή, τρισδιάστατα, και ρεαλιστικά. Οι **δυνητικοί ή εικονικοί κόσμοι** είναι συστήματα που προσπαθούν να μας δώσουν την πιο αξιόπιστη αυταπάτη μιας λειτουργικής κατάδυσης μέσα σε ένα συνθετικό κόσμο (αυτόν της προσομοίωσης) ή ακόμα μέσα στην αναπαράσταση μιας μακρινής ή απρόσιτης κατάστασης (Quiiau, 1992). Μέσα σε ένα εικονικό κόσμο, ο εξερευνητής, με τη βοήθεια ενός γαντιού δεδομένων (DataGlove) εφοδιασμένου με ηλεκτρονικούς ιχνευτές, μιας οπτικής συσκευής εξοπλισμένης με μικρές οθόνες βίντεο (στερεοσκοπικό κράνος), μιας συσκευής "επιστροφής προσπάθειας" και ενός κατάλληλου πληροφορικού περιβάλλοντος, πιστεύει ότι είναι βυθισμένος μέσα σε ένα ιδιόζοντα κόσμο (κτήριο, πόλη, πλανήτης κύτταρο κ.λπ.) όπου έχει την αίσθηση κινείται, αγγίζει διάφορα αντικείμενα, ενώ μπορεί να παίρνει διάφορες πληροφορίες και έχει τη δυνατότητα να τροποποιεί ολοκληρωτικά το περιβάλλον του. Έχει επίσης τη δυνατότητα, με τη βοήθεια μιας κατάλληλης τηλεπικοινωνιακής συσκευής, να συναντήσει άλλα άτομα που βρίσκονται χιλιόμετρα μακριά. Όπως παρατηρεί ο Ph. Queau (1994), μπορούμε να διακρίνουμε δύο διαφορετικές σημασίες αναφορικά με την έννοια του δυνητικού (virtual). Το **δυνητικό** περιλαμβάνει τρεις διακριτές έννοιες: την **εμβύθιση**, την **αλληλεπίδραση** και την **πλοήγηση**. Κατά τη στενή σημασία, αναφέρεται στις τεχνικές που αφορούν τη φυσική εμβύθιση στην εικόνα με τη βοήθεια στερεοσκοπικών κρανών που προκαλούν την αίσθηση του ότι περνάμε "μέσα από τον καθρέπτη". Η δυνητική πραγματικότητα συνιστά λοιπόν ένα αισθητό κόσμο στον οποίο ωστόσο δεν αντιστοιχεί καμιά φυσική οντότητα, εκτός αυτής των πληροφορικών αρχείων και προγραμμάτων. Η τεχνολογία αυτή, αλλάζει τον τρόπο επαφής και διαχείρισης του χώρου. Το παιδαγωγικό ενδιαφέρον των δυνητικών κόσμων συνίσταται στην ικανότητά τους να αναπαράγουν απρόσιτα μέρη του φυσικού σύμπαντος, όπως η καρδιά ενός ηφαιστείου ή ενός πυρηνικού αντιδραστήρα, η επιφάνεια του Ποσειδώνα ή το εσωτερικό ενός έμβιου όντος, και ανοίγει νέους δρόμους στην εκπαίδευση και την κατάρτιση γενικότερα. Σε αντίθεση με τις κλασσικές εικόνες, μια δυνητική εικόνα δεν περιέχει πάντα μόνο αυτό που βλέπουμε. Επιδρώντας πάνω της, μπορούμε να πάμε να δούμε και άλλα πράγματα πέρα από τα ήδη ορατά. Κατά μια έννοια, οι δυνητικές εικόνες μας βοηθούν να καταλάβουμε τη σχέση ανάμεσα στο ορθολογικό και το πραγματικό. Στα πλαίσια της ανάπτυξης των δυνητικών κόσμων νέα πεδία ερευνών ανοίγονται με σημαντικές τεχνολογικές και επιστημολογικές προεκτάσεις. Ένα τέτοιο πεδίο ερευνών είναι και

αυτό των “υπερεικόνων” (hyperimages). Οι υπερεικόνες δεν είναι τίποτα άλλο παρά το αντίστοιχο για την εικόνα σε ότι είναι το υπερκείμενο για το κλασσικό κείμενο.

2.2.5.1 Εκπαιδευτικές εφαρμογές των δυνητικών κόσμων

Μπορούμε να αναλογιστούμε σημαντικές εκπαιδευτικές εφαρμογές της δυνητικής πραγματικότητας. Θα μπορούμε ίσως να δώσουμε στους μαθητές διανοητικά μέσα για να κατανοήσουν τη νέα σχέση ανάμεσα στο μοντέλο και την εικόνα. (Για παράδειγμα το **El Fish** των **Vladimir Pkhino και Alexei Pajitov**, ένα πολύπλοκο ενυδρείο μέσα στο οποίο τα παιδιά μπορούν να προσομοιώσουν την εξέλιξη “δυνητικών” ειδών. Ο παίκτης βρίσκεται σε θέση δημιουργού, μπροστά στο τρισδιάστατο συνθετικό ενυδρείο του. Τα ψάρια αυτού του χώρου υπακούουν σε ένα ορισμένο αριθμό νόμων όπως νόμος της μετακίνησης, της τροφής, της αναπαραγωγής, της αλμυρότητας και της θερμοκρασίας του νερού, της ισοροπίας των ειδών που βρίσκονται σε συναγωνισμό για τη ζωή. Τα είδη αυτά μπορούν να εξελιχθούν, να διασταυρωθούν.)

Η δυνητική πραγματικότητα με τις μέχρι τώρα εξελίξεις της τεχνολογίας συνιστά το αρτιότερο μέσο επικοινωνίας ανθρώπου - μηχανής (human-computer interface). Στα πλαίσια αυτά, η σύζευξη μεταξύ ανθρώπων και υπολογιστικών συστημάτων επεξεργασίας της πληροφορίας αποκτά νέες διαστάσεις, αφού η έμφαση στην περίπτωση αυτή μετατοπίζεται από τη συμβολική επεξεργασία προς την άμεση παρατήρηση της πραγματικότητας και τη συμμετοχή του χρήστη στα συμβάντα δίνοντας έτσι νέες δυνατότητες και ανοίγοντας καινούριες προοπτικές στη σχέση των μαθητών με τα γνωστικά αντικείμενα. Ένα τέτοιο σύστημα λειτουργώντας στη βάση των εννοιών της απεικόνισης, της συμπεριφοράς και της αλληλεπιδραστικότητας στηρίζεται σε αντικείμενα που συνιστούν οντότητες με δυναμική συμπεριφορά, αυτονομία και λογική αντίδραση. Με τη δυνητική πραγματικότητα ο υπολογιστής μετατρέπεται από σύστημα επεξεργασίας δεδομένων σε γεννήτρια πραγματικότητας παρέχοντας νέους τρόπους επικοινωνίας. Η ίδια η έννοια της αλληλεπιδραστικότητας αποκτά επίσης νέες διαστάσεις στα πλαίσια των δυνητικών κόσμων με ενδιαφέρουσες επιπτώσεις στις μαθησιακές διαδικασίες. Ο χρήστης μιας εικονικής πραγματικότητας εισέρχεται στον πολυδιάστατο νοητικό χώρο της (όπου συνυπάρχουν ο τρισδιάστατος χώρος, ο χρόνος και οι αισθήσεις) και έχει έτσι την αίσθηση της αλληλεπίδρασης όχι πλέον με μια μηχανή αλλά με μια απεικόνιση. Στα πλαίσια αυτά, οι δυνητικές πραγματικότητες μιμούμενες τη φυσιολογική ανθρώπινη συμπεριφορά παρέχουν νέες εκπαιδευτικές δυνατότητες τα βασικά σημεία των

οποίων στρέφονται γύρω από τους πιο κάτω άξονες (Α. Μικρόπουλος & αλ., 1994, σελ. 57-67):

- Εξερεύνηση υπαρκτών αντικειμένων ή χώρων για τους οποίους ο μαθητευόμενος δεν έχει άμεση πρόσβαση.
- Μελέτη πραγματικών αντικειμένων ή χώρων που είναι αδύνατον να κατανοηθούν διαφορετικά εξαιτίας του μεγέθους, της θέσης ή των ιδιοτήτων τους.
- Δημιουργία αντικειμένων ή περιβαλλόντων με διαφορετικές από τις γνωστές ιδιότητες.
- Δημιουργία και χειρισμός αφηρημένων αναπαραστάσεων.
- Αλληλεπίδραση με εικονικά αντικείμενα.
- Αλληλεπίδραση με πραγματικούς ανθρώπους σε μακρινές φυσικές θέσεις ή φανταστικούς τόπους με πραγματικούς ή μη τρόπους.

Η σπουδαιότερη ίσως παιδαγωγική διάσταση των δυνητικών πραγματικοτήτων εμπεριέχεται στη δυνατότητα που παρέχουν στο χρήστη να εξερευνά πλέον τον κυβερνοχώρο και όχι να μελετά όπως γίνεται με το τυπωμένο βιβλίο ή να πλοηγείται όπως γίνεται με το υπερκείμενο. Από την άποψη αυτή, προωθείται ο ενεργός τρόπος εκπαίδευσης με την εμπειρία στα δυνητικά περιβάλλοντα, μέσα στα οποία μπορεί να καθορίζεται και να μεταβάλλεται η θέση, η κλίμακα, η πυκνότητα της πληροφορίας, η αλληλεπίδραση και η απόκριση, ο χρόνος και ο βαθμός συμμετοχής του χρήστη.

2. 2. 6 Τα παιχνίδια

Το παιχνίδι ως τρόπος έκφρασης είναι συνυφασμένο με την ανθρώπινη ύπαρξη και κυρίως κατά την παιδική ηλικία. Παράλληλα, κάθε εποχή και κάθε πολιτισμός μπορεί να χαρακτηριστεί από τον τρόπο διασκέδασης και τα παιχνίδια που διαμόρφωσαν τα μέλη των αντίστοιχων κοινωνιών. Τα σημερινά παιδιά των “αναπτυγμένων” κατά κανόνα χωρών έχουν σαν βασικό σημείο αναφοράς τα ίδια ηλεκτρονικά παιχνίδια και για πρώτη φορά στην ιστορία της ανθρωπότητας συναντάται ένα τέτοιο φαινόμενο οικουμενικοποίησης, στον τρόπο με τον οποίο διασκεδάζουν τα παιδιά, φυσικό επακόλουθο της ηλεκτρονικής εποχής. Είναι φυσικό λοιπόν τα νέα αυτά παιχνίδια να παρουσιάζουν ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον για τους παιδαγωγούς και είναι δυνατόν να κατηγοριοποιηθούν σε **παιχνίδια στρατηγικής, τα παιχνίδια περιπέτειας, τα κινούμενα σχέδια και τα εκπαιδευτικά παιχνίδια**

Ένα **παιχνίδι περιπέτειας** μπορεί να πάρει πολλές μορφές. Ο παίκτης σκέφτεται για την επίτευξη ενός στόχου που πολύ συχνά δεν είναι εκ των προτέρων γνωστός.

Πρέπει να αντιμετωπίσει καταστάσεις όπου συνήθως δεν υπάρχει καθόλου δράση. Μέσω μιας διαδικασίας ερωτήσεων - απαντήσεων προχωρεί σταδιακά προς το στόχο. Στη σύγχρονη αγορά ηλεκτρονικών παιχνιδιών υπάρχουν τα λεγόμενα αλληλεπιδραστικά παιχνίδια περιπέτειας, στα οποία ο παίκτης είναι ταυτόχρονα και δημιουργός του παιχνιδιού. Στα πλαίσια νέων λογισμικών συστημάτων, όπως αυτό των υπερκειμένων (hypertexts) μπορούν να δημιουργηθούν εύκολα τέτοια παιχνίδια περιπέτειας

Τα κινούμενα σχέδια ακόμα κι αν δεν αντιπροσωπεύουν μια απευθείας σύλληψη στα πλαίσια του παιχνιδιού μπορούν να αποτελέσουν τρόπο διασκέδασης. Πολλές εφαρμογές σχεδιασμού περιέχουν δυνατότητες γραφικών πολύ εύκολων στη χρήση και δυνατότητες δημιουργίας κίνησης (animation). Στα πλαίσια αυτά, μπορούν να δημιουργηθούν παιχνίδια και δυναμικά βιβλία.

Τα παιχνίδια στρατηγικής, πρόωρη δημιουργία στα πλαίσια του λογισμικού της δεκαετίας του '60, είναι από τα πρώτα ηλεκτρονικά παιχνίδια που εμφανίστηκαν και ενσαρκώνουν το παλιό όνειρο της τεχνητής νοημοσύνης ενός ηλεκτρονικού παίκτη, στο σκάκι για παράδειγμα, καλύτερου από τον άνθρωπο. Σχεδόν το σύνολο των παιχνιδιών στρατηγικής έχουν προσαρμοστεί πλέον από την πληροφορική, με τρόπο ώστε πολλές φορές το ηλεκτρονικό αντίγραφο να ξεπερνά κατά πολύ το αρχέγονο πρότυπό του. Έτσι, σκάκι, τάβλι, παιχνίδια με τράπουλα, monopoly, για να μην παραθέσουμε παρά τα πιο συμβατικά, έχουν μια ή και περισσότερες εκδοχές σε πληροφορικό υπόβαθρο, οι οποίες όπως είπαμε υπερκερούν την αρχική ιδέα του παιχνιδιού αλλάζοντας τη φύση τους ή προσφέροντας επιλογές και πληροφορίες για την εξέλιξή του που δεν ήταν δυνατές πριν την πληροφορική εποχή. Ειδικότερα **τα παιχνίδια ρόλων** διακρίνονται από τα άλλα **παιχνίδια στρατηγικής** στο βαθμό που οι προσωπικότητες του παιχνιδιού δεν επιβάλλονται πλέον από τον εμπνευστή του παιχνιδιού αλλά ορίζονται από τους παίκτες. Στην πλειονότητά τους, τα παιχνίδια ρόλων είναι παιχνίδια περιπέτειας στα οποία κάθε παίκτης ταυτίζεται με έναν ήρωα και η εξέλιξη του παιχνιδιού συνίσταται από την αλληλεπίδραση των διάφορων ηρώων σύμφωνα με προκαθορισμένους κανόνες.

Τα εκπαιδευτικά παιχνίδια, αποτελούν ένα χώρο που βρίσκεται σε πλήρη εξέλιξη στα πλαίσια της ανάπτυξης ηλεκτρονικών παιχνιδιών. Χωρίς αυτό να σημαίνει ότι όλες οι προηγούμενες κατηγορίες στερούνται εκπαιδευτικών ιδιοτήτων, η ένταξή τους σε ειδική κατηγορία είναι απαραίτητη για πολλούς λόγους. Συνιστούν κατά κανόνα εκπαιδευτικό λογισμικό που εκμεταλλεύεται την πτυχή παιχνιδιού του υπολογιστή ή γενικότερα τη θετική στάση των παιδιών απέναντι στο παιχνίδι ώστε

να περάσουν ευκολότερα εκπαιδευτικοί στόχοι. Ο παίκτης στα πλαίσια αυτά είναι ο μαθητής που εξοικειώνεται με τους αριθμούς, τα γράμματα, τα γεωμετρικά σχήματα.. Ο G. Bossuet (1988, σ. 16) προτείνει έξι εκπαιδευτικούς στόχους που μπορούν να χρησιμοποιηθούν κατά την επιλογή ενός ηλεκτρονικού παιχνιδιού:

- Ανάπτυξη των αντανακλαστικών που εγκαλούν, για παράδειγμα, την ασύμμετρη διάταξη του σώματος σε δεξιόχειρες και αριστερόχειρες.
- Τοποθέτηση του μαθητή μέσα σε ένα ευνοϊκό για την παρουσίαση ενός μαθήματος πλαίσιο.
- Αποκρυστάλλωση σε προφορικό λόγο (Verbalisation) των εντολών για τον έλεγχο μιας κατάστασης.
- Ανάδειξη του ρόλου των παραμέτρων μέσα σε ένα φυσικό φαινόμενο.
- Έρευνα μιας στρατηγικής.
- Διήγηση μιας μη γραμμικής ιστορίας.

Η μάθηση μέσω παιχνιδιού είναι μια πολύ παλιά και επιτυχημένη ιδέα στο χώρο της εκπαίδευσης και η παιδαγωγική εμβέλεια κάποιων παιχνιδιών ξεπερνά κατά πολύ την ένταξή τους στη μια ή στην άλλη ομάδα και σχετίζεται κυρίως με τη συμβολή τους όχι πια σε ένα τομέα της εκπαιδευτικής διαδικασίας, αλλά στη μάθηση γενικότερα. Έτσι, πέρα από αισθησιοκινητικές και αντανακλαστικές δεξιότητες, που όπως είδαμε αναπτύσσονται στα πλαίσια αυτά, μπορούν να ευνοηθούν και αρκετές άλλες δεξιότητες που αφορούν την ανάλυση - σύνθεση μέσα σε ένα πολύπλοκο σύστημα, το χειρισμό (έστω και με έμμεσο τρόπο) πολλών ταυτόχρονα μεταβλητών, την ανάπτυξη περίτεχνων στρατηγικών, την αποκρυστάλλωση του λόγου σε διήγηση κλπ. Εντούτοις, πέρα από τις εκπαιδευτικές εφαρμογές ενός ηλεκτρονικού παιχνιδιού προέχει επιπλέον να εξετασθούν οι προεκτάσεις που αφορούν τις ευρύτερες χρήσεις του. Προβληματισμούς προκαλούν επίσης τα αμιγώς εκπαιδευτικά παιχνίδια που προσπαθούν να παρουσιάσουν με παιγνιώδη τρόπο διάφορα σχολικά αντικείμενα, ο οποίος έρχεται σε πολιτισμική αντίθεση με τη σοβαρή, ακαδημαϊκή προσέγγιση των παραδοσιακών σχολικών συστημάτων (N. Ράπτης, 1993).

2. 2.7 Δίκτυα

Από τεχνική σκοπιά, ένα δίκτυο δεν είναι παρά το σύνολο των μέσων (προσωπικοί υπολογιστές, μεγάλα υπολογιστικά συστήματα (mainframe), εκτυπωτές κλπ.) που συνδέονται μεταξύ τους με κανάλια μετάδοσης της επικοινωνίας. Οι βασικές υπηρεσίες που τα δίκτυα παρέχουν είναι :

- Ηλεκτρονικό ταχυδρομείο (E-mail)

- Forums, συνομιλίες και διασκεύεις
- Τηλεφόρτωση (μεταφορά αρχείων)
- Έρευνα πληροφοριών
- Πρόσβαση από απόσταση σε συστήματα πληροφορικής

2. 2.7.1 Παιδαγωγικές και εκπαιδευτικές προεκτάσεις των δικτύων

Οι νέες τεχνολογίες της πληροφορικής συμβάλλουν με αποφασιστικό τρόπο στη διαδικασία ανατροπής μιας ατομικής κουλτούρας που συνίσταται κατά κύριο λόγο από τη συσσώρευση διακριτών γνώσεων. Όλο και περισσότερο γίνεται εμφανές ότι η διάκριση έγκειται λιγότερο στην αποθήκευση των γνώσεων και περισσότερο στη δεξιότητα της έρευνας και της χρήσης τους. Μέχρι τώρα η προτεραιότητα της εκπαίδευσης εστιαζόταν στην απόκτηση καθολικών γνώσεων, προτεραιότητα για την οποία υπεύθυνο είναι το σχολείο (A. Minc & P. Nora, 1978). Η εκθετική αύξηση των γνώσεων και η αναγκαιότητα της πιο ορθολογικής και λειτουργικής χρήσης τους στα πλαίσια των κοινωνιών της επικοινωνίας μετατοπίζει την έμφαση από τη μάθηση γνώσεων και γεγονότων στη μάθηση των δομών και των εννοιών, αντίληψη που συνιστά επανάσταση στις καθιερωμένες παιδαγωγικές πρακτικές. Με τα σημερινά δεδομένα είναι δυνατόν να θεωρήσουμε μια σειρά από παιδαγωγικές εφαρμογές των δικτύων που είναι δυνατόν να συμβάλλουν στην καλύτερη συστηματοποίηση της σχολικής ζωής, στην αρτιότερη οργάνωση της διδασκαλίας, στην επικοινωνία διαφορετικών σχολικών ομάδων και στην προώθηση συλλογικών καταστάσεων μάθησης ενώ δεν αποκλείεται η ανάπτυξη νέων γνωστικών δεξιοτήτων που σχετίζονται με την αναζήτηση στοιχείων και δεδομένων μέσα σε ένα ευρύ πλαίσιο από βάσεις δεδομένων και καταλόγους πληροφοριών καθώς και με την πλοήγηση μέσα σε ένα αφηρημένο και ιδιαίτερα πολύπλοκο σύστημα όπως το διαδίκτυο. Επιπλέον, η ύπαρξη δικτύου σε ένα σχολικό περιβάλλον επιτρέπει την εύκολη διανομή πηγών και πληροφοριών, την ταυτόχρονη χρήση λογισμικού και περιφερειακών και την ανταλλαγή μηνυμάτων και στοιχείων που ξεφεύγουν από τα στενά πλαίσια του κειμένου και παίρνουν πλέον τη μορφή στατικών ή κινούμενων εικόνων, ήχων και video. Στα πλαίσια αυτά το δίκτυο στο σχολικό περιβάλλον επιτρέπει την καλύτερη διαχείριση του χώρου και του χρόνου που βαρύνουν τη χρήση των νέων τεχνολογιών και οδηγεί τους μαθητές να αναπτύξουν νέες, διαφορετικές των παραδοσιακών, σχέσεις επικοινωνίας. Μπορούμε να διακρίνουμε μια σειρά από άξονες γύρω από τους οποίους είναι δυνατόν να αξιοποιηθούν τα δίκτυα στην εκπαιδευτική διαδικασία:

- Η σχολική αλληλογραφία, η ηλεκτρονική επικοινωνία.
- Η ανάλυση στοιχείων, πληροφοριών και δεδομένων.
- Τα σχολικά δίκτυα.
- Οι βιβλιοθήκες εκπαιδευτικού λογισμικού.
- Η εξ αποστάσεως εκπαίδευση.
- Η διαρκής κατάρτιση και η δια βίου εκπαίδευση.

2. 2.8 Ανοικτά και Κλειστά Περιβάλλοντα Μάθησης

Η ταξινόμηση των παραπάνω πληροφορικών περιβαλλόντων μάθησης μπορεί να γίνει με βάση το πόσο “ανοικτό” στις πράξεις του υποκειμένου είναι το πληροφορικό σύστημα και τον τύπο των γνώσεων που μπορεί να ευνοήσει το εν λόγω πληροφορικό σύστημα και τη βοήθεια που μπορεί να επιφέρει ως προς το είδος της μάθησης. Ο “**ανοικτός**” ή “**κλειστός**” χαρακτήρας ενός πληροφορικού εκπαιδευτικού περιβάλλοντος, αφορά την δυνατότητα της χρησιμοποίησης ενός ευρέος ή όχι φάσματος λειτουργιών και εντολών στο εκάστοτε θεωρούμενο πληροφορικό σύστημα. Ενώ ένα “κλειστό” περιβάλλον συνιστά ένα περιορισμένο χώρο όπου ο μαθητής απαντά χωρίς εντούτοις να δρα αληθινά, στο “ανοικτό” περιβάλλον αντίθετα βρίσκεται σε ένα χώρο με περισσότερους βαθμούς ελευθερίας. Ένας “μικρόκοσμος” για παράδειγμα, ο προγραμματισμός με LOGO, το λογισμικό που εντάσσεται στα πλαίσια της διερευνητικής μάθησης, η εκμάθηση ενός επαγγελματικού λογισμικού (επεξεργασία κειμένου, λογιστικό φύλλο κλπ.) καθώς και η περιπλάνηση σε ένα δυνητικό κόσμο συνιστούν στον ένα ή στον άλλο βαθμό “ανοικτά” πληροφορικά περιβάλλοντα, ενώ ένα πρόγραμμα Διδασκαλίας με τη Βοήθεια Υπολογιστή πολλαπλών επιλογών ή ένα πρόγραμμα πολυμέσων με περιορισμένες επιλογές και έλλειψη αλληλεπιδραστικότητας είναι χαρακτηριστικά παραδείγματα “κλειστών” πληροφορικών περιβαλλόντων στα πλαίσια των οποίων ο μαθητής έχει ένα σχετικά παθητικό ρόλο. Ένα “κλειστό” πληροφορικό περιβάλλον είναι συνυφασμένο με τη διδασκαλία και τη μάθηση που είναι κατανεμημένες σύμφωνα με ένα ορισμένο αναλυτικό πρόγραμμα, επικεντρώνεται στην πρόσκτηση συγκεκριμένων γνώσεων και στοχεύει κατά κανόνα σε βραχυπρόθεσμα μαθησιακά αποτελέσματα ενώ προϋποθέτει σταθμισμένες παρεμβάσεις εκ μέρους του εκπαιδευτικού. Σε ένα “ανοικτό” πληροφορικό περιβάλλον προέχει η παιδαγωγική που αφορά τις δραστηριότητες με πιο μακροπρόθεσμες μαθησιακές φιλοδοξίες, ευνοείται η πρόσκτηση δεξιοτήτων και δομών, δίνεται έμφαση στις απαιτούμενες γνωστικές διεργασίες ενώ ο ρόλος του εκπαιδευτικού περιορίζεται σημαντικά και ενέχει κυρίως συμβουλευτικό χαρακτήρα. Σε αντιδιαμετρικά άκρα τοποθετούνται τα

εξειδικευμένα σε ένα τομέα περιβάλλοντα (όπως επαγγελματικό λογισμικό τύπου επεξεργαστές κειμένου, βάσεις δεδομένων, λογισμικό γραφικών κλπ., συγκεκριμενοποιημένο σε ένα γνωστικό χώρο διδακτικό λογισμικό μορφής Δι.Β.Υ. ή προγράμματα πολυμέσων) και εκείνα τα περιβάλλοντα που προωθούν όχι πλέον συγκεκριμένες και στοχευόμενες γνωστικές ενότητες στα πλαίσια του αναλυτικού προγράμματος αλλά γενικότερους μηχανισμούς της γνωστικής λειτουργίας (σχεδιοποίηση των πράξεων, ευρετικές μέθοδοι, λύση προβλημάτων, κλπ. Τέτοια περιβάλλοντα είναι οι “μικρόκοσμοι”, ο προγραμματισμός σε γλώσσες τύπου LOGO ή SMALLTALK (δημιουργήθηκε το 1976 από τον Alan Kay), τα περιβάλλοντα διερευνητικής μάθησης και σε λιγότερο ίσως βαθμό τα έμπειρα διδακτικά συστήματα. Στον ενδιάμεσο χώρο μπορούν ίσως να τοποθετηθούν τα αλληλεπιδραστικά περιβάλλοντα μάθησης με υπολογιστή, τα αλληλεπιδραστικά πολυμέσα και οι δυναμικοί κόσμοι, που ανάλογα το θέμα που διαπραγματεύονται μπορούν να ενταχθούν στη μια ή στην άλλη πλευρά του φάσματος.

Η μάθηση δεν εξελίσσεται μέσα σε ένα κενό περιβάλλον ενώ οι διαδικασίες της δεν εξαρτώνται μόνο από τη φύση του περιεχομένου της μάθησης. Ο μαθητευόμενος αντιδρά επιπλέον, σε μια πλειάδα παραγόντων, ορατών ή αόρατων, σιωπηρών ή ηχητικών. Σε αυτά τα πλαίσια μπορούν ίσως να παρέμβουν οι νέες τεχνολογίες, ώστε να τροποποιήσουν τους τρόπους αλλά και τον ίδιο το σκοπό της απόκτησης των γνώσεων, πέρα από κάθε ιδιαίτερο αποτέλεσμα που αφορά τις ίδιες τις στάσεις μάθησης. Εντούτοις, δεν πρέπει να θεωρήσουμε την τεχνολογία ως πανάκεια, πιστεύοντας ότι μια τεχνολογική καινοτομία, όσο παραδειγματική κι αν είναι μέσα στο εκπαιδευτικό σύστημα, θα μπορέσει από μόνη της να αλλάξει την κατάσταση των πραγμάτων. Αν και οι σύγχρονες μηχανές είναι σε θέση να μορφοποιήσουν ήδη αποσαφηνισμένες και επεξεργασμένες γνώσεις, δεν είναι ωστόσο σε θέση, από την κατασκευή τους, να αποδώσουν τις υπονοούμενες γνωστικές διαδικασίες που συνθέτουν αυτές οι γνώσεις. Τόσο περισσότερο, όταν οι σύγχρονες θεωρίες που αφορούν την πράξη της μάθησης, είναι ανεπαρκείς, γεγονός που καθιστά αδύνατη την αναλυτική περιγραφή της μάθησης σε μια μηχανή. Άλλωστε, για λόγους ενδογενείς των τεχνολογιών, οι μηχανές αυτές αγνοούν, εξ ορισμού, τα βιολογικά, ψυχοσυναισθηματικά και κοινωνικά συστατικά που συνιστούν τη γνωστική ιδιαιτερότητα των φυσικών όντων

2.3 Χρονολογική εξέλιξη της εισαγωγής των Τ.Π.Ε στην εκπαίδευση

Πρώτη Φάση (πριν το 1970)

Μέσα (Media Κινηματογράφος, Ραδιόφωνο, Εκπαιδευτική Τηλεόραση)

Εφαρμογή στην εκπαίδευση : Προγραμματισμένη Διδασκαλία , Παρουσίαση της διδακτέας ύλης με χρήση των Μέσων

Δεύτερη Φάση(1970-1980)

Η πληροφορική προσέγγιση

Ο υπολογιστής και οι γλώσσες προγραμματισμού

- Έμφαση στον προγραμματισμό
- Εξάπλωση της γλώσσας και της θεωρίας της Logo (φτιαγμένη πάνω στις απόψεις του Piaget)

Ο υπολογιστής ως διδακτικό εργαλείο

- Διδασκαλία με τη Βοήθεια Υπολογιστή - **Computer Assisted Instruction (CAI)**
- Μάθηση με τη Βοήθεια Υπολογιστή - **Computer Assisted Learning (CAL)**.

Εφαρμογή στην εκπαίδευση: Διδασκαλία με Βοήθεια από τον Υπολογιστή, Αυτόνομη Μάθηση, LOGO, Τεχνητή Νοημοσύνη, Έμπειρα Διδακτικά Συστήματα)

Σε αυτή τη φάση τα Ανοικτά Προγραμματιστικά Περιβάλλοντα Μάθησης και η Διερευνητική Μάθηση είναι εξέλιξη της τάσης για Αυτόνομη Μάθηση και βρίσκονται σε πειραματική εφαρμογή με ανοικτές προοπτικές και υπόσχονται πολλά στην ανανέωση της προβληματικής για τη χρήση της υπολογιστικής τεχνολογίας κυρίως όσον αφορά τη Γενική Παιδεία

Η πλειονότητα των εκπαιδευτικών προγραμμάτων Διδασκαλίας με Βοήθεια από τον Υπολογιστή, κατά την περίοδο εκείνη δεν είναι παρά **προγράμματα εξάσκησης και πρακτικής εφαρμογής** (drill and practice) και πολύ λίγα είναι αυτά που αφορούν εναλλακτικές εφαρμογές (όπως προγράμματα **προσομοιώσεων** και **έμπειρα διδακτικά συστήματα**)

Τρίτη Φάση(1980-1990)

Ο υπολογιστής σαν μέσο αλλά και σαν αντικείμενο εκπαίδευσης

Στην περίοδο αυτή η πληροφορική εισάγεται σαν αυτόνομο αντικείμενο στο σχολείο και παράλληλα αναπτύσσεται εκπαιδευτικό λογισμικό διαφόρων τύπων.

Εμφανίζονται παιδαγωγικές εφαρμογές των υπερμέσων και των πολυμέσων ενώ η ίδια η τεχνολογική εξέλιξη των υπολογιστικών συστημάτων με τις τεχνολογίες της εικόνας και του ήχου, θέτουν σε νέα βάση τις ενδεχόμενες παιδαγωγικές τους χρήσεις

Τέταρτη Φάση μέσο (μετά το 1990)

- Πολυμέσα – υπερμέσα
- Προσομοιώσεις
- Δίκτυα υπολογιστών
- Εικονική πραγματικότητα

2.4 Το εκπαιδευτικό λογισμικό και η αξιοποίηση του στη διδακτική πράξη

Οι εφαρμογές των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία μπορούν να συντελέσουν ουσιαστικά στην υποστήριξη της διδακτικής πράξης και στην ενίσχυση της μαθησιακής διαδικασίας. Όταν αναφερόμαστε στην **Υπολογιστική Υποστήριξη της Διδασκαλίας** εννοούμε τη βοήθεια προς το μαθητή ώστε να προσεγγίσει και να οικοδομήσει μια προκαθορισμένη από το αναλυτικό πρόγραμμα ύλη ενώ όταν αναφερόμαστε στην **Υπολογιστική Υποστήριξη της Μάθησης** εννοούμε την ενίσχυση του μαθητευόμενου ώστε να αποκτήσει γνώσεις καθολικού χαρακτήρα αναπτύξει δεξιότητες που θα τον καταστήσουν ικανό να αντεπεξέλθει στις διαρκώς μεταβαλλόμενες και ολοένα αυξανόμενες απαιτήσεις του σύγχρονου κόσμου. Τέτοιου τύπου γνώσεις και δεξιότητες αφορούν στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων, στην ανάπτυξη της κριτικής σκέψης, στη δυνατότητα μοντελοποίησης φαινομένων και καταστάσεων των πραγματικού κόσμου, την ανάπτυξη δεξιοτήτων μεταφοράς γνώσεων από ένα πλαίσιο σε ένα άλλο, κλπ.

Η υπολογιστική υποστήριξη της διδασκαλίας και της μάθησης διαμεσολαβείται από κατάλληλες εφαρμογές υλικού και λογισμικού, που αποκαλούνται **πληροφορικά περιβάλλοντα διδασκαλίας και μάθησης**. Με τον όρο αυτό εννοούμε τις εφαρμογές λογισμικού (και υλικού) που έχουν ως στόχο την υπολογιστική υποστήριξη της διδασκαλίας και της μάθησης. Οι εφαρμογές αυτές χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

A. Εξειδικευμένο Λογισμικό με σαφή μαθησιακό και διδακτικό σκοπό

B. Λογισμικό γενικής χρήσης, όπως κειμενογράφος, βάσεις δεδομένων λογιστικό φύλλο και άλλα που χρησιμοποιούνται ως γνωστικά εργαλεία

Ο σχεδιασμός εφαρμογών των ΤΠΕ στην εκπαίδευση βασίζεται σε παιδαγωγικές θεωρίες και θεωρίες μάθησης, οι οποίες προσφέρουν το κατάλληλο θεωρητικό πλαίσιο στη διατύπωση των βασικών προδιαγραφών που διέπουν την υπολογιστική υποστήριξη της διδασκαλίας και της μάθησης και κατευθύνουν συνακόλουθα την ανάλυση απαιτήσεων κάθε εφαρμογής. Δεν πρέπει όμως να παραγνωρίσουμε ότι πολλές εκπαιδευτικές εφαρμογές με τη χρήση της πληροφορικής έχουν κυρίως

σχεδιαστεί και καθοδηγηθεί από την πρόοδο της τεχνολογίας και όχι από την πρόοδο που έχει επιτευχθεί στην ψυχολογία της μάθησης.

Τρεις είναι οι βασικές ψυχολογικές θεωρίες που επηρέασαν και επηρεάζουν στον έναν ή στον άλλο βαθμό την ανάπτυξη υπολογιστικών περιβαλλόντων μάθησης και συνακόλουθα τη θέση των τεχνολογιών στη μαθησιακή διαδικασία: ο **συμπεριφορισμός** (behaviorism), ο **εποικοδομισμός** (constructivism) και οι **κοινωνικοπολιτισμικές προσεγγίσεις**.

Οι συμπεριφοριστικές προσεγγίσεις δίνουν έμφαση στην αναμετάδοση της πληροφορίας και στην τροποποίηση της συμπεριφοράς. Το πλαίσιο αυτό προσφέρει μια πολύ «τεχνική» προσέγγιση των αντίστοιχων εκπαιδευτικών εφαρμογών: αυτό που προέχει είναι ο ξεκάθαρος και λειτουργικός ορισμός των παιδαγωγικών και διδακτικών στόχων που πρέπει να επιτευχθούν. Σε μεγάλο βαθμό απευθύνονται στον εκπαιδευτικό και όχι στο μαθητή.

Οι εποικοδομητιστικές προσεγγίσεις αναγνωρίζουν ότι μαθητές, πριν ακόμα πάνε στο σχολείο διαθέτουν γνώσεις και αυτό που χρειάζεται είναι να βοηθηθούν ώστε να οικοδομήσουν νέες γνώσεις πάνω σε αυτές που ήδη κατέχουν. Κάτω από αυτό το πρίσμα, συμμετέχουν ενεργά στην οικοδόμηση των γνώσεών τους. Το πλαίσιο αυτό οδηγεί στην άποψη ότι η εκπαίδευση πρέπει να έχει ως κύριο σκοπό να βοηθήσει τους μαθητές να γεφυρώσουν το χάσμα ανάμεσα στις άτυπες και τις τυπικές γνώσεις τους. Ο εποικοδομισμός με τις διάφορες εκδοχές του, όπως ο κλασικός εποικοδομισμός, ο κονστρακτιονισμός (constructionism) και ο κοινωνικός οικοδομισμός εντάσσεται στα πλαίσια των γνωστικών θεωριών μάθησης όπως και οι κοινωνικοπολιτισμικές προσεγγίσεις.

Οι κοινωνικοπολιτισμικές προσεγγίσεις αντιλαμβάνονται τη μαθησιακή δραστηριότητα πλήρως ενταγμένη στο κοινωνικό, ιστορικό και πολιτισμικό πλαίσιο μέσα στο οποίο διαδραματίζεται. Οι γνωστικές διεργασίες δεν νοούνται συνεπώς ως αυτόνομες οντότητες αλλά συστατικά ενός οργανωμένου όλου, του νου, ο οποίος λειτουργεί και αναπτύσσεται μέσα σε ένα συγκεκριμένο κοινωνικοπολιτισμικό περιβάλλον ιστορικά προσδιορισμένο. Κάτω από το πρίσμα αυτό, οι συνεργατικές δραστηριότητες συντελούν καταλυτικά στη διαδικασία οικοδόμησης της γνώσης ενώ επίσης σημαντικό ρόλο παίζουν τα χρησιμοποιούμενα εργαλεία (υλικά και συμβολικά) και ο καταμερισμός εργασίας όπως περιγράφει η **θεωρία της δραστηριότητας** (activity theory).

2.4.1 Κατηγοριοποίηση εκπαιδευτικού λογισμικού

Κατά το παρελθόν έχουν γίνει αξιόλογες προσπάθειες για την ταξινόμηση της χρήσης των υπολογιστών στην μαθησιακή διαδικασία

Ο Taylor (1980) περιγράφει σαν δυνατούς ρόλους του υπολογιστή το ρόλο του δασκάλου (tutor) , του εργαλείου (tool) ή του διδασκόμενου (tutee). Σύμφωνα αυτή την κατηγοριοποίηση ο μαθητής είναι δυνατόν να διδαχθεί από τον υπολογιστή, να τον χρησιμοποιήσει σαν εργαλείο ή να διδάξει τον υπολογιστή μέσω μιας γλώσσας προγραμματισμού – που ήταν βασικά η ιδέα της Logo

Πιο πρόσφατα οι Handal & Herrington (2003) περιγράφουν ορισμένες κατηγορίες μάθησης βασισμένης στον υπολογιστή στις οποίες συμπεριλαμβάνονται τα Drills, Tutorials, Games, Simulations, Hypermedia και Tools (Open Learning Environments)

Αυτή η εργαλειοκεντρική προσέγγιση διαφέρει από αυτήν του Taylor ως προς ότι εδώ το επίκεντρο είναι η χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού αποκλειστικά σαν εργαλείο εμπλουτισμού της μάθησης μέσω της εμπειρίας και της διερεύνησης.

Στην ενότητα αυτή γίνεται προσπάθεια να κατηγοριοποιηθεί το εκπαιδευτικό λογισμικό ως προς δύο κύριους άξονες.

- Ο πρώτος άξονας αφορά στην χρονολογική περίοδο και τις τεχνολογικές πλατφόρμες πάνω στις οποίες αναπτύσσεται το εκπαιδευτικό λογισμικό.
- Ο δεύτερος αφορά στη διδακτική προσέγγιση που ακολουθεί ή ευνοεί καθώς και στις παιδαγωγικές θεωρίες και τις θεωρίες μάθησης πάνω στις οποίες στηρίζεται .

2.4.1.1 Κατηγοριοποίηση με βάση τις τεχνολογίες ανάπτυξης και τα παιδαγωγικά ρεύματα χρήσης

A) Ο υπολογιστής ως δάσκαλος (1950 - 1980): Σε αυτή την κατηγορία εντάσσονται τα προγράμματα **Προγραμματισμένης Διδασκαλίας**, τα προγράμματα **Εξάσκησης και Πρακτικής** και τα **Έμπειρα Διδακτικά Συστήματα**

B) Ο υπολογιστής ως μαθητής (1970- 2000) : Κυρίως εδώ εντάσσονται η **Logo** και οι **προγραμματιστικοί μικρόκοσμοι** καθώς και τα **Ανοικτά Προγραμματιστικά Περιβάλλοντα Μάθησης**

Γ) Ο υπολογιστής ως εργαλείο (1980 – σήμερα): Σε αυτή την κατηγορία εντάσσονται τα **Γενικά Εργαλεία** (Λογισμικό Γενικής Χρήσης), τα **Συνεργατικά Περιβάλλοντα Μάθησης και τα Αλληλεπιδραστικά Περιβάλλοντα Μάθησης** όπως οι **Μικρόκοσμοι**, οι **Προσομοιώσεις**, τα **Λογισμικά Μοντελοποίησης** κ.λ.π). Επίσης εδώ μπορούν να ενταχθούν και τα

Υπερμέσα και τα Δίκτυα καθώς και οι εφαρμογές Εικονικής Πραγματικότητας

Σε αυτή την κατηγοριοποίηση είναι εμφανής η εξάρτηση από τις τεχνολογικές πλατφόρμες ανάπτυξης (οι νέες τεχνολογικές λύσεις προσδιορίζουν το είδος πολλές φορές το είδος της παιδαγωγικής εφαρμογής) αλλά και η χρονολογική συνύπαρξη διαφορετικών παιδαγωγικών ρευμάτων χρήσης (με έμφαση στο δάσκαλο, στο μαθητή ή στη χρήση).

2.4.1.2 Κατηγοριοποίηση με βάση τη διδακτική προσέγγιση και τις θεωρίες μάθησης

Στο πλαίσιο αυτό διακρίνουμε τρεις μεγάλες κατηγορίες:

1. **Περιβάλλοντα Καθοδηγούμενης Διδασκαλίας** που στηρίζονται κυρίως σε συμπεριφοριστικές θεωρίες μάθησης
2. **Περιβάλλοντα Μάθησης μέσω** (καθοδηγούμενης ή όχι) **Ανακάλυψης και Διερεύνησης** που στηρίζονται κυρίως σε γνωστικές και εποικοδομιστικές θεωρίες μάθησης
3. **Περιβάλλοντα Έκφρασης, Οικοδόμησης, Επικοινωνίας και Αναζήτησης της Πληροφορίας** που στηρίζονται κυρίως σε εποικοδομιστικές και κοινωνικοπολιτισμικές θεωρίες μάθησης

Κάθε μία από αυτές τις κατηγορίες εμπεριέχει αρκετές υποκατηγορίες εφαρμογών οι οποίες παρουσιάζονται παρακάτω:

Περιβάλλοντα διδασκαλίας καθοδηγούμενης από υπολογιστή

Τα συστήματα διδασκαλίας με τη βοήθεια υπολογιστή είναι εκπαιδευτικά λογισμικά τα οποία αναλαμβάνουν εξ ολοκλήρου τη διδασκαλία των εννοιών και όλης της διδακτέας ύλης κατά κανόνα σε ένα συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο. Υποκαθιστούν με αυτόν τον τρόπο τον εκπαιδευτικό, αναλαμβάνοντας τόσο την παρουσίαση της ύλης, όσο και το έργο της αξιολόγησης του μαθητή, θέτοντας ερωτήματα και δίνοντας τεστ αξιολόγησης των γνώσεων που αποκτήθηκαν. Η πλειονότητα αυτών των λογισμικών, μολονότι επιτρέπουν στο μαθητή να εργάζεται με τους δικούς του ρυθμούς, παρέχοντας έτσι κάποια εξατομίκευση της διδασκαλίας, δεν έχουν παρά μια περιορισμένη δυνατότητα προσαρμογής στις ιδιαιτερότητες και στις γνώσεις του κάθε μαθητή.

Στη σύγχρονη μορφή τους, τα προγράμματα αυτά οργανώνονται με τη μορφή πολυμέσων, προσφέρουν ένα προκαθορισμένο δρόμο μάθησης καθοδηγώντας το

μαθητή και μπορούν να χαρακτηριστούν με τον όρο «ηλεκτρονικά αλληλεπιδραστικά βιβλία» (interactive textbooks).

Τα συστήματα αυτά βασίζονται στο λεγόμενο *Διδακτικό Μοντέλο* (Instructional design) και έχουν ως στόχο τη μοντελοποίηση της πληροφορίας και γνώσης με στόχο τη μετάδοσή της στους μαθητές. Συνιστούν με λίγα λόγια βοηθήματα για τον εκπαιδευτικό ή τον αντικαθιστούν ολοκληρωτικά.

Τα συστήματα αυτά χωρίζονται στις ακόλουθες κατηγορίες:

- **Συστήματα εξάσκησης και πρακτικής (drill and practice)**
- **Συστήματα καθοδήγησης (tutorials)**
- **Εκπαιδευτικά παιχνίδια**
- **Διαλογικές ιστορίες και παραμύθια πολυμέσων**
- **Έμπειρα συστήματα καθοδήγησης στην επίλυση προβλημάτων (Intelligent Tutoring Systems).**

Περιβάλλοντα μάθησης με την υποστήριξη υπολογιστή

Σε αντίθεση με τα περιβάλλοντα της προηγούμενης κατηγορίας, που επικεντρώνονται κυρίως στον εκπαιδευτικό και στη μετάδοση της πληροφορίας, τα περιβάλλοντα αυτής της κατηγορίας εστιάζουν την προσοχή τους στην πλευρά του μαθητή και στους τρόπους με τους οποίους οικοδομεί (ενίοτε στο πλαίσιο της αλληλεπίδρασης με τους άλλους) τις γνώσεις του. Η προβληματική αυτή αποτελεί σήμερα το κυρίαρχο μοντέλο στο σχεδιασμό σύγχρονου εκπαιδευτικού λογισμικού. Βασικός στόχος ενός τέτοιου εκπαιδευτικού λογισμικού είναι να παρέχει αυθεντικές μαθησιακές δραστηριότητες ενταγμένες σε διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων από τον πραγματικό κόσμο ώστε να γεφυρώνεται το χάσμα που υπάρχει ανάμεσα στο σχολείο και στις δραστηριότητες έξω από το σχολείο. Πρέπει επίσης να ενθαρρύνει την έκφραση και την προσωπική εμπλοκή στη μαθησιακή διαδικασία και παράλληλα, πρέπει να λαμβάνει υπόψη του το γεγονός ότι το κοινωνικό πλαίσιο και η κοινωνική αλληλεπίδραση ευνοούν τις γνωστικές κατασκευές (αρχή που εκφράζεται κυρίως στο πλαίσιο του κοινωνικού εποικοδομισμού).

Τα περιβάλλοντα αυτά διακρίνονται σε συστήματα **καθοδηγούμενης ανακάλυψης** (*discovery model*) και **διερεύνησης** (*exploratory model*). Τέτοιες εφαρμογές είναι:

- **Συστήματα που στηρίζουν εργαστηριακές δραστηριότητες μέσω υπολογιστή (computer based laboratories).**

- Συστήματα που συνδέονται και αντλούν δεδομένα από το φυσικό περιβάλλον (με αξιοποίηση ψηφιακών αντικειμένων - συσκευών ασύρματης επικοινωνίας)
- Συστήματα εκπαιδευτικής ρομποτικής (*educational robotics*).
- "Έμπειρα Συστήματα" επίλυσης προβλημάτων (*Intelligent Tutoring Systems*) που εμπεριέχουν μοντέλα μαθητή.
- Ανοιχτά συστήματα μάθησης (ανεξάρτητα γνωστικού αντικείμενου) για δραστηριότητες εκμάθησης προγραμματισμού και δραστηριότητες επίλυσης προβλημάτων (όπως LOGO, κλπ).
- Προσομοιώσεις (*Simulations*)
- Μικρόκοσμοι (*micro-worlds*)
- Μοντελοποιήσεις και δυναμικές μοντελοποιήσεις
- Λογισμικό νοητικής χαρτογράφησης (*concept mapping*).
- Συστήματα συνεργασίας και επικοινωνίας από απόσταση, που υποστηρίζουν τη μάθηση (για διαπραγμάτευση και παραγωγή γραπτών κειμένων, για επίλυση προβλημάτων ή για εκτέλεση σύνθετων έργων).

Περιβάλλοντα συμβολικής έκφρασης, οικοδόμησης και επικοινωνίας

Περιβάλλοντα συμβολικής έκφρασης

Στα περιβάλλοντα συμβολικής έκφρασης και οικοδόμησης συγκαταλέγονται όλες εκείνες οι εφαρμογές γενικής χρήσης, οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως γνωστικά εργαλεία και συστήματα που επιτρέπουν τη συμβολική έκφραση και οικοδόμηση εννοιών και ιδεών. Στο πλαίσιο αυτό, η διδασκαλία και η χρήση των επιμέρους λογισμικών γενικής χρήσης (εφαρμογές γραφείου, κλπ) δεν εννοείται ως γνωστικό αντικείμενο αλλά αποτελεί μέσο που βοηθά τους μαθητές να εκφράσουν τις ιδέες και τις αντιλήψεις τους, να κατακτήσουν έννοιες και να οικοδομήσουν γνώσεις και δεξιότητες σε διάφορα γνωστικά αντικείμενα.

Τέτοια περιβάλλοντα είναι:

- Επεξεργαστές κειμένου
- Πίνακες και λογιστικά φύλλα
- Συστήματα διαχείρισης βάσεων δεδομένων
- Εργαλεία σχεδιασμού και γραφικών
- Λογισμικό στατιστικής επεξεργασίας
- Λογισμικό παραγωγής διαγραμμάτων

- **Επιτραπέζια συστήματα εκδόσεων (για δημιουργία, π.χ. σχολικών εφημερίδων)**
- **Εργαλεία δημιουργίας υπερμέσων, πολυμέσων, ιστοσελίδων (για παρουσίαση εργασιών)**
- **Εργαλεία δημιουργίας βάσεων δεδομένων.**

Περιβάλλοντα παρουσίασης, αναζήτησης, διάδοσης πληροφορίας

Τα συστήματα αυτά καθιστούν επιχειρησιακά εύκολη και λειτουργικά αποτελεσματική την παρουσίαση, την αναζήτηση και γενικότερα τη διαχείριση της πληροφορίας. Σε μεγάλο βαθμό οδηγούν στην απεξάρτηση του χρήστη από δυσχέρειες χώρου και χρόνου πρόσβασης. Τέτοια συστήματα είναι:

- **Ψηφιακές εγκυκλοπαίδειες**
- **Ηλεκτρονικά λεξικά**
- **Βάσεις δεδομένων**
- **Ψηφιακές βιβλιοθήκες**
- **Δικτυακοί τόποι εκπαιδευτικού περιεχομένου.**

Περιβάλλοντα συνεργατικής δραστηριότητας και μάθησης από απόσταση

Τα συστήματα αυτά υποστηρίζουν την επικοινωνία και συνεργασία από απόσταση στο πλαίσιο της συνεργατικής μάθησης. Τέτοια συστήματα είναι:

- **Εργαλεία επικοινωνίας (ηλεκτρονικό ταχυδρομείο)**
- **Εργαλεία τηλεδιάσκεψης**
- **Εργαλεία συζητήσεων σε ειδικά θέματα**
- **Ομάδες νέων (newsgroups)**
- **Περιβάλλοντα συνεργατικής έκφρασης και λόγου**
- **Περιβάλλοντα συνεργατικής επίλυσης προβλημάτων**
- **Περιβάλλοντα συνεργατικής εκτέλεσης σύνθετων έργων (projects).**

2.5 Η αξιοποίηση του Εκπαιδευτικού Λογισμικού για τη διδασκαλία των μαθηματικών και μια διαφορετική ταξινόμηση

Η αντίληψη του εκπαιδευτικού λογισμικού σαν **εργαλείου** έχει θεωρηθεί ως ένας αποτελεσματικός τρόπος χρήσης της τεχνολογίας για την εξέλιξη της μαθηματικής σκέψης των μαθητών (Lederman & Niess, 2000).

Ως “εργαλείο” ορίζεται (Brouwer, 1996-1997)

Κάθε προϊόν που μας επιτρέπει να αντιληφθούμε τον κόσμο μέσα από τους “φακούς” των δυνατοτήτων του διευκολύνοντάς μας να υλοποιήσουμε συγκεκριμένες δραστηριότητες

Για παράδειγμα για την επίλυση σύνθετων αλγεβρικών εξισώσεων το μολύβι είναι ένα εργαλείο το οποίο επιτρέπει στο μαθητή να αντιληφθεί την διαδικασία επίλυσης “εξωτερικά” παρέχοντας την δυνατότητα καταγραφής και οπτικοποίησης της διαδικασίας αυτής ενώ παράλληλα αίρονται περιορισμοί που προέρχονται από την δυνατότητα απομνημόνευσης του μαθητή ή τις δυνατότητες επικοινωνίας με άλλους. Περισσότερο εξελιγμένα τεχνολογικά εργαλεία για τα Μαθηματικά έχουν την μορφή υπολογιστικών εφαρμογών, αριθμομηχανών και γλωσσών προγραμματισμού (για παράδειγμα η Logo). Αυτά τα εξελιγμένα εργαλεία υποστηρίζουν εξωτερικά την μνήμη του μαθητή αλλά επίσης έχουν και πολλά άλλα πλεονεκτήματα όπως την πρόσβαση σε εξειδικευμένες πληροφορίες ή την μοντελοποίηση των διαδικασιών (Koedinger & Anderson, 1998) ή ακόμα την υποστήριξη των δραστηριοτήτων συνεργατικής μάθησης (Pilburn & Middleton, 1998) και την εφαρμογή εναλλακτικών διδακτικών προσεγγίσεων.

Υπάρχουν αξιοσημείωτα οφέλη από την χρήση των υπολογιστών σαν εργαλείο για την διδασκαλία. Πρώτον, τα τεχνολογικά εργαλεία υποβοηθούν τη γνωστική διαδικασία με τη μείωση του γνωστικού φορτίου του μαθητή ως προς τις γνώσεις που πρέπει να έχει απομνημονεύσει ή τον χρόνο που θα χρειαστεί για συγκεκριμένους υπολογισμούς. Επίσης ενθαρρύνουν την εμπλοκή του μαθητή σε διαδικασίες επίλυσης προβλήματος ενώ συγχρόνως υποστηρίζουν την λογική σκέψη και τον έλεγχο υποθέσεων επιτρέποντας στους μαθητές να ελέγχουν τα συμπεράσματά τους με εύκολο τρόπο (Lajoie, 1993). Από διδακτική άποψη επίσης οι υπολογιστές επιτρέπουν την καταγραφή της διαδικασίας που ακολουθεί ο μαθητής για την επίλυση ενός προβλήματος – από πού αρχίζει την επίλυση και τα διαφορετικά μονοπάτια που ακολουθεί το κάθε παιδί – με τρόπο ώστε οι ερευνητές να έχουν ένα «παράθυρο» στο μυαλό των παιδιών.

Το εκπαιδευτικό λογισμικό για τα μαθηματικά το οποίο αξιοποιεί αυτήν την αντίληψη του λογισμικού ως **εργαλείου** είναι δυνατόν να κατηγοριοποιηθεί σε πέντε βασικές κατηγορίες (Kurz & al, 2005) οι οποίες στο σύνολό τους μπορούν να χρησιμοποιηθούν στα πλαίσια ενός πλήρους προγράμματος σπουδών για τα Μαθηματικά. Στη συνέχεια θα γίνει προσπάθεια να οριστεί ένα πλαίσιο που θα βοηθά την κατανόηση της δυνατότητας χρήσης αυτών των εργαλείων για διδακτικούς σκοπούς εστιάζοντας στις ειδικές δυνατότητες που κάθε είδος λογισμικού προσφέρει

Όταν τα υπολογιστικά εργαλεία χρησιμοποιούνται για την ενδυνάμωση γνώσεων που έχουν αποκτηθεί στο παρελθόν το λογισμικό κατατάσσεται στην κατηγορία του **Drill & Practice**. Αυτού του τύπου το λογισμικό παρέχει μια ποικιλία ασκήσεων σε μια συγκεκριμένη γνωστική περιοχή που διαδέχονται γρήγορα η μια την άλλη και παρέχουν περιορισμένη ανάδραση. Δεν είναι δυνατόν ο μαθητής μέσω αυτών των λογισμικών να προσεγγίσει νέο εννοιολογικό υλικό αλλά το υλικό, οι στόχοι και η ανάδραση που παρέχει το λογισμικό είναι προ – αποθηκευμένα. Ο χρήστης χρησιμοποιεί το λογισμικό απαντώντας σε ερωτήσεις εκπληρώνοντας στόχους σε ένα αυστηρά καθοδηγούμενο περιβάλλον. Συνήθως αυτού του τύπου το λογισμικό σχεδιάζεται να χρησιμοποιείται ανεξάρτητα από τον εκπαιδευτικό, αν και είναι δυνατό να ζητηθεί η βοήθειά του στην περίπτωση απορίας των μαθητών .

Ένα παράδειγμα τέτοιου λογισμικού είναι το Pre- Algebra Math Blaster Mystery (Davidson & Associates, 1994), σχεδιασμένο να ενδυναμώνει τις δεξιότητες των μαθητών σε γνώσεις ήδη διδαγμένες. Έμφαση δίνεται σε δεξιότητες υπολογισμού, εκτίμησης, και χειρισμού αναλογιών, λόγων και ποσοστών. Στη ουσία πρόκειται για ένα παιχνίδι στο οποίο οι μαθητές συμμετέχουν σαν ταξιδιώτες σε ένα στοιχειωμένο σπίτι. Όταν έχουν απαντήσει σωστά σε αρκετές ερωτήσεις σε διαφορετικές κατηγορίες το λογισμικό τους «ανταμείβει» παρέχοντάς τους την ευκαιρία να παίξουν ένα video game.

Με τα καλά σχεδιασμένα λογισμικά αυτού του τύπου ο ρόλος της Τεχνολογίας είναι η ενδυνάμωση δεξιοτήτων και γνώσεων μέσω διαδοχικών ασκήσεων με συγκεκριμένα προβλήματα αποτελέσματα (Hooper & Hokanson, 2000). Η παιδαγωγική φιλοσοφία που ακολουθείται είναι προφανώς η συμπεριφοριστική προσέγγιση. Οι μαθητές αμείβονται με επιβράβευση, παιχνίδια ή άλλες διασκεδαστικές δραστηριότητες όταν επιλύουν τα προβλήματα των Μαθηματικών. Είναι μια κατάσταση του μυαλού κατά την οποία τα μαθηματικά από μόνα τους δεν είναι διασκεδαστικά αλλά ένα καθήκον το οποίο αν το εκτελέσεις σωστά θα επιβραβευτείς. Αν οι μαθητές δεν μπορούν να λύσουν τα προβλήματα υποβοηθούνται από υποδείξεις ή επιδείξεις λύσεων ή μπορεί να κατέβουν ένα επίπεδο δυσκολίας.

Εν μέρει εξ αιτίας αυτών των προβλημάτων η αξιολόγηση αυτού του τύπου του λογισμικού είναι αρνητική. Ο Salomon (2000) δηλώνει ότι η χρήση λογισμικών επανάληψης και εξάσκησης είναι απλά οι παραδοσιακές μέθοδοι διδασκαλίας σε νέο «περιτύλιγμα» όπου το περιεχόμενο μιας διδακτικής ενότητας παρουσιάζεται «λίγο πιο γρήγορα και με κάπως ελκυστικότερο τρόπο». Με άλλα λόγια δεν προκαλούν κάποια βλάβη στο μαθητή αλλά δεν του προσφέρουν και κάτι παραπάνω.

Το είδος των ασκήσεων που προσφέρονται στους μαθητές με αυτά τα λογισμικά εύκολα μπορούν να συμπεριλαμβάνονται σε ένα βιβλίο. Το λογισμικό δεν κάνει τίποτα περισσότερο ή λιγότερο από αυτό που συμβαίνει στην προσέγγιση της διάλεξης που συχνά ακολουθείται από τους περισσότερους εκπαιδευτικούς. Θα μπορούσε κάποιος να ισχυριστεί ότι αυτού του είδους τα λογισμικά προσφέρουν άμεση ανάδραση πράγμα που δεν είναι πάντοτε διαθέσιμο όταν χρησιμοποιείται ένα βιβλίο. Αυτή η δυνατότητα όμως είναι χρήσιμη αν το λογισμικό έχει τη δυνατότητα να παρουσιάσει τη σωστή διαδικασία επίλυσης μέσω ερωτήσεων διαβαθμισμένης δυσκολίας. Τα περισσότερα όμως Drills δίνουν απλά μια απάντηση της μορφής Σωστό – Λάθος μη διαφέροντας κατά αυτό τον τρόπο από ένα απλό βιβλίο.

Πολλοί ερευνητές επιχειρηματολογούν κατά της χρήσης της τεχνολογίας για την παρουσίαση απλά της πληροφορίας δεδομένου ότι δεν προωθείται με αυτό τον τρόπο η ικανότητα του μαθητή για επεξεργασία της πληροφορίας (Oliver, 2000). Αντίθετα το να εμπλέκονται ενεργά οι μαθητές σε διαδικασίες μαθηματικής σκέψης και ανακάλυψης μπορεί να προωθήσει μια πιο συνεκτική κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.

Γενικό Λογισμικό

Με αυτό τον όρο θα μπορούσε να χαρακτηριστεί το λογισμικό που έχει σχεδιαστεί για να χρησιμοποιείται σε ένα ευρύ πεδίο γνωστικών ενοτήτων και έχει σχεδιαστεί για πολλές διαφορετικές εφαρμογές. Το «γενικό» λογισμικό συχνά χρησιμοποιείται για πολλά διαφορετικά επίπεδα δυσκολίας.

Για παράδειγμα το Geometer's SketchPad (Jackiw, 1995) είναι ένα λογισμικό που έχει σχεδιαστεί για γενική χρήση. Αυτό το πρόγραμμα Δυναμικής Γεωμετρίας έχει κερδίσει τον σεβασμό ευρύτερα για τη δυνατότητα που προσφέρει στους μαθητές να ελέγξουν υποθέσεις σχετικά με τα γεωμετρικά σχήματα, τις σχέσεις και τους μετασχηματισμούς τους. Με τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας είναι δυνατόν ο χρήστης να κατασκευάσει, μετρήσει και να χειριστεί οτιδήποτε είναι απεικονισμένο στην οθόνη του υπολογιστή με άμεση ανάδραση καθώς το σχεδιαστικό αντικείμενο αλλάζει σχήμα ή μέγεθος. Οι μετρήσεις επίσης, εμφανίζονται στην οθόνη καθώς ο χρήστης χειρίζεται τα σχήματα. Οι Healy και Hoyles (2001) σημειώνουν ότι το Geometer's SketchPad επιτρέπει στο μαθητή μεταβάλλει το σχήμα των γεωμετρικών

αντικειμένων χωρίς να χρειάζεται να κάνει το σχήμα από την αρχή κερδίζοντας έτσι χρόνο να σκεφτεί τις γεωμετρικές ιδιότητες και να ανακαλύπτει ιδιότητες των σχημάτων που δεν θα ήταν δυνατόν να προσεγγίσει με τη διάταξη μολύβι – χαρτί.

Ειδικότερα τα πλεονεκτήματα αυτού του τύπου του λογισμικού μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

- Οι μαθητές είναι σε θέση να δουν το αποτέλεσμα των ενεργειών τους άμεσα και γρήγορα ώστε να μπορούν να δικαιολογήσουν με πειστικά επιχειρήματα την ισχύ των αποτελεσμάτων που προκύπτουν (Dugdale, 1999)
- Ένα εργαστηριακό περιβάλλον παρέχεται ώστε οι μαθητές να είναι σε θέση να διερευνήσουν μαθηματικά προβλήματα και να προσεγγίσουν μαθηματικές έννοιες μέσω πειραματισμού με τα δεδομένα των προβλημάτων και αξιολόγησης των αποτελεσμάτων που παρέχει το λογισμικό (Drier, 2001).
- Τα διαθέσιμα εργαλεία σε αυτού του τύπου το λογισμικό παρέχουν άμεσο χειρισμό των γεωμετρικών αντικειμένων και δίνουν στους μαθητές την δυνατότητα να έχουν μια οπτική αναπαράσταση των υποθέσεων τους διευκολύνοντας με αυτό τον τρόπο την έρευνα για κανόνες και γενικεύσεις (Drier, 2001).
- Αυτά τα προγράμματα υποστηρίζουν την γνωστική αποτελεσματικότητα αφήνοντας τον υπολογιστή να κάνει τους δύσκολους υπολογισμούς ή τις επαναλαμβανόμενες μετρήσεις(Hooper & Hokanson, 2000). Για παράδειγμα ένας να γενικεύσει μια υπόθεση και να πειραματιστεί προσπαθώντας να βρει αντιπαραδείγματα στον κανόνα του.
- Ο μαθητής μπορεί να θεωρήσει κριτικά τα παραδείγματα και να αποφασίσει την ισχύ ενός κανόνα. Ο μαθητής τέλος θα μπορέσει να ανακαλύψει μαθηματικές σχέσεις μέσω του πειραματισμού του (Drier, 2001).

Εξειδικευμένο λογισμικό

Το λογισμικό που έχει σχεδιαστεί ειδικά για τη διδασκαλία συγκεκριμένων εννοιών των Μαθηματικών είναι ένα παράδειγμα «εξειδικευμένου» λογισμικού. Η έμφαση εδώ δίνεται στην εκμάθηση διακεκριμένων εννοιών όπως τα κλάσματα, τα πολύγωνα, τα ορθογώνια τρίγωνα κ.λ.π. Αυτού του είδους το λογισμικό διαφέρει από το λογισμικό επανάληψης και εξάσκησης ως προς το ότι στοχεύει στην εκμάθηση και όχι στην επανάληψη μιας ήδη διδαγμένης ενότητας. Ως προς το γενικό λογισμικό δε η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι το εξειδικευμένο λογισμικό είναι πιο αυστηρά προσανατολισμένο στην θεματική ενότητα. Για παράδειγμα το Geometer's SketchPad είναι γενικό λογισμικό γιατί μπορεί να αξιοποιηθεί για πολλές περιοχές

της Γεωμετρίας ενώ ένα ειδικό αντίστοιχο λογισμικό επικεντρώνεται ειδικά στο Πυθαγόρειο Θεώρημα

Ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα εξειδικευμένου λογισμικού είναι το Tesselmania (Learning Company, 1997) το οποίο αν και δεν έχει συγκεντρώσει το ερευνητικό ενδιαφέρον σε μεγάλο βαθμό υπόσχεται μια τεχνολογία που μπορεί να προωθήσει την μαθηματική σκέψη και την συνεκτική κατανόηση μέσα από όρους σχετικούς με τα σχήματα και τους μετασχηματισμούς τους. Το πρόγραμμα αυτό επιτρέπει στους μαθητές να δημιουργήσουν μωσαϊκά –tesselations- που βασίζονται στις ιδέες του Escher. Η έμφαση εδώ από μαθηματική άποψη δίνεται στις έννοιες της περιστροφής, της μεταφοράς, και τις συμμετρίας της Γεωμετρίας των μετασχηματισμών, συμπεριλαμβανομένων και συνδυασμών αυτών των εννοιών που βοηθούν την διαδικασία της tessellation. Το πρόγραμμα έχει την δυναμική της υποστήριξης της κριτικής σκέψης και της εννοιολογικής κατανόησης των γεωμετρικών εννοιών.

Τα πλεονεκτήματα του γενικού και ειδικού λογισμικού είναι παρόμοια. Η διαφορά έγκειται στην ευκολία εφαρμογής. Παρόλο που το γενικό λογισμικό έχει ευρύ πεδίο εφαρμογής απαιτεί ικανό χρόνο εκμάθησης ενώ το εξειδικευμένο απαιτεί πολύ λιγότερο. Όμως η περιορισμένη εμπέλειά του εξειδικευμένου μπορεί να αποτελέσει εμπόδιο για την διαθεματική μάθηση. Συγχρόνως παρέχει άμεση και συγκεκριμένη ανάδραση πράγμα που επιτρέπει στον υπολογιστή να «διδάξει» τον μαθητή καθοδηγούμενος από τις σωστές ή λάθος απαντήσεις του. Αυτή η ανάδραση βοηθά τους μαθητές στην εκμάθηση του νέου υλικού (Roblyer & Edwards, 2000). Όπως το γενικό έτσι και το εξειδικευμένο λογισμικό δίνει στον μαθητή τη δυνατότητα του πειραματισμού και του ελέγχου των μαθηματικών αντιλήψεών του. Οι μαθητές είναι σε θέση να αντιληφθούν τα αποτελέσματα των επιλογών τους και να τροποποιήσουν τις εντολές τους προς τον υπολογιστή.

Λογισμικό Περιβάλλοντος

Το λογισμικό που είναι αυτόνομο περιβάλλον ενσωματώνει πολλές διαφορετικές μορφές πληροφορίας, και επιτρέπει στον μαθητή να διερευνήσει πολύπλοκες έννοιες και εφαρμογές των μαθηματικών που συχνά συνδέονται με την καθημερινή ζωή. Τα λογισμικά αυτά παρέχουν ένα εικονικό περιβάλλον που κατευθύνει την μάθηση χωρίς να είναι απαραίτητο να αφήσουν την τάξη. Μερικές φορές αυτού του είδους το λογισμικό είναι δύσκολο να χρησιμοποιηθεί για εξειδικευμένους μαθησιακούς στόχους δεδομένου ότι στο σχεδιασμό του εμπλέκονται πάρα πολλές διαδρομές εξερεύνησης και πολλά μαθηματικά αντικείμενα και πολλές θεματικές περιοχές. Οι μελέτες έχουν δείξει ότι σε μαθησιακές δραστηριότητες που αξιοποιούν αυτού του είδους το λογισμικό έχουν σαν αποτέλεσμα καλή επίδοση σε διαθεματικές και υψηλού επιπέδου δοκιμασίες (Hickey, Moore & Pellegrino, 2001).

Το λογισμικό περιβάλλοντος συνήθως σχεδιάζεται για εφαρμογές συνεργατικής και διερευνητικής μάθησης. Ο εκπαιδευτικός δεν παρουσιάζει στους μαθητές συγκεκριμένους μαθησιακούς στόχους αλλά δρα σαν βοηθός και διευκολυντής των μαθητών θέτοντας ερωτήσεις ή παρέχοντας σχόλια ώστε οι μαθητές να μην αποπροσανατολίζονται ή να διασαφηνίζεται αυτό που τελικά μαθαίνουν.

Ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα λογισμικού περιβάλλοντος είναι το **The Jasper Project** (Cognition and Technology Group at Vanderbilt, 1997). Βασικά είναι ένα λογισμικό καθοδηγούμενης διδασκαλίας και συνίσταται από μια σειρά computer based videos με ερωτήσεις για τα μαθηματικά βασισμένες σε σενάρια που υλοποιούν παραδείγματα καθημερινής ζωής. Τα videos περιέχουν και περιβάλλοντα επίλυσης προβλήματος που προωθούν την μαθηματική σκέψη μέσω ενός σχεδιασμού σκαλωσιάς. Υπάρχουν 12 σενάρια που το καθένα εστιάζει σε διαφορετικές έννοιες όπως απόσταση/αναλογία/χρόνος, στατιστική και πιθανότητες, Γεωμετρία ή Άλγεβρα για χρήση από τους μαθητές του Γυμνασίου. Οι μαθητές πρώτα παρακολουθούν το video διάρκειας περίπου 20 λεπτών της ώρας και στη συνέχεια τους δίνεται ένα πρόβλημα. Για την επίλυση αυτού του προβλήματος – συνήθως καθημερινής ζωής – οι μαθητές πρέπει να ορίσουν συγκεκριμένους στόχους και να αποφασίσουν ποιες από τις πληροφορίες που παρουσιάστηκαν στο video είναι σχετικές με το πρόβλημα και πως μπορούν να αξιοποιηθούν για την επίλυσή του (Goldman, Zech, Biswas, Noser, & the Cognition and Technology Group at Vanderbilt, 1999).

Είναι σημαντικό για αυτές τις δραστηριότητες οι μαθητές να εργάζονται σε ομάδες τις οποίες ο εκπαιδευτικός θα υποστηρίζει αλλά δεν θα καθοδηγεί. Το προς επίλυση πρόβλημα στοχεύει και στην κατανόηση των σχέσεων και της αλληλεπίδρασης των επί μέρους συστατικών του. Ένα άλλο ειδικό παράδειγμα είναι το **Resque at Boone's Meadow**, όπου οι ομάδες των μαθητών αγωνίζονται να σώσουν ένα πληγωμένο αετό χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες που περιέχονται στο video.

Λογισμικό επικοινωνίας

Το λογισμικό επικοινωνίας είναι σχεδιασμένο για παρουσίαση και διαμοιρασμό πληροφορίας μεταξύ ομάδων μαθητών και των εκπαιδευτικών ή άλλων επαγγελματιών. Ο στόχος εδώ είναι να αυξηθεί η ενημέρωση σχετικά με τις μαθηματικές έννοιες μέσω της εποπτείας χωρίς τους χωροχρονικούς περιορισμούς που επιβάλλει η τάξη.

Υπάρχουν δύο τρόποι με τους οποίους τα λογισμικά επικοινωνίας μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Ο ένας είναι η αποκλειστική επικοινωνία μεταξύ δασκάλου και μαθητών όπου ανταλλάσσουν τις απόψεις τους, τις πεποιθήσεις τους και τις γνώσεις του χωρίς να διατηρείται ο ρόλος του δασκάλου σαν αυθεντίας. Ο δεύτερος τρόπος

είναι στην επικοινωνία να εμπλέκονται και μέλη εκτός της άμεσης εκπαιδευτικής κοινότητας όπως μαθητές και εκπαιδευτικοί απομακρυσμένων σχολείων οι επαγγελματίες που χρησιμοποιούν τα μαθηματικά για τη δουλειά τους.

Ρόλοι

Υποστηρίζοντας τις κοινότητες μάθησης η χρήση της Τεχνολογίας δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα να μάθουν μέσω της ανακαλυπτικής δομής της επικοινωνίας. Με την τεχνολογία είναι δυνατόν να οργανωθεί και αποθηκευτεί πληροφορία και να αναδιαμορφωθούν οι αντιλήψεις των μελών της κοινότητας μάθησης (Jonassen et al, 1999). Προγράμματα όπως τα groupware, videoconferencing, chats, e-mail, είναι μερικά παραδείγματα λογισμικού που έχει αναπτυχθεί με σκοπό την επικοινωνία.

Αυτού του είδους το λογισμικό έχει συγκεκριμένα πλεονεκτήματα σε σχέση με τη μάθηση. Οι μαθητές δεν χρειάζεται να περιμένουν για να συμμετέχουν στη συζήτηση ενώ από την άλλη έχουν όσο χρόνο επιθυμούν για να απαντήσουν σε μια ερώτηση. Εξασφαλίζεται η συμμετοχή όλων και η αλληλεπίδραση μεταξύ μαθητών και εκπαιδευτικών επιτρέπει στους μαθητές να έχουν πιο υπεύθυνο ρόλο στη μάθηση.

Η χρήση λογισμικού επικοινωνίας προωθεί γνωστικές δεξιότητες υψηλού επιπέδου (Sherer & Shea , 2002). Ανταλλάσσονται επιχειρήματα και κανενός είδους ανάδραση δεν χάνεται όπως θα συμβαίνει στην παραδοσιακή τάξη. Όλες οι ιδέες ακούγονται. Οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να αναπτύξουν κριτική σκέψη μέσω διαδικασιών επίλυσης προβλήματος και αλληλεπίδρασης με τους υπόλοιπους συμμετέχοντες.

Κεφάλαιο 3^ο

Ο ρόλος των δραστηριοτήτων στη διδασκαλία των μαθηματικών

Η έννοια της μάθησης, καθώς και ποιοι είναι οι τρόποι με τους οποίους μαθαίνει καλύτερα το άτομο είναι θέματα που έχουν απασχολήσει τους ερευνητές για πολλά χρόνια. Ειδικότερα όσον αφορά στη διδακτική των μαθηματικών δύο είναι τα κυρίαρχα ρεύματα.

Το ένα, το οποίο αριθμεί πολλές δεκαετίες, δίνει την έμφαση στον εμπλουτισμό των γνώσεων και δεξιοτήτων του μαθητή και συνδέεται με την άμεση ή «δασκαλοκεντρικού τύπου μάθηση», όπου ο εκπαιδευτικός ελέγχει τους διδακτικούς στόχους και επιλέγει την κατάλληλη προς τις ικανότητες των μαθητών ύλη. Στην περίπτωση αυτή δεχόμαστε a priori ότι υπάρχει ένα δεδομένο σώμα γνώσεων, που δεν επιδέχεται αμφισβήτηση, το οποίο ένας δάσκαλος - πομπός μεταδίδει και πολλοί μαθητές - δέκτες προσπαθούν να συλλάβουν και να αφομοιώσουν (Θωμαΐδης, 1999). Επομένως, σύμφωνα με την προσέγγιση αυτή, η διδασκαλία των μαθηματικών αφορά κυρίως στη μεταφορά γνώσεων και την κατάκτηση ενός συγκεκριμένου επιπέδου ικανοτήτων και η οργάνωσή της γίνεται με βάση συγκεκριμένους και μετρήσιμους στόχους – προϊόντα, οι οποίοι εκφράζονται με όρους αναμενόμενης συμπεριφοράς.

Το δεύτερο ρεύμα, το οποίο εμφανίστηκε στην αρχή της δεκαετίας του 70, εστιάζεται κυρίως στο μαθητή ως ιδιαίτερη οντότητα, στα συναισθήματά του, στον καλύτερο τρόπο με τον οποίο ο συγκεκριμένος μαθητής μαθαίνει, καθώς και στους τρόπους με τους οποίους είναι δυνατό να αυξηθούν η δημιουργικότητα και οι νοητικές ικανότητες των μαθητών, δηλαδή αποτελεί μια έμμεση «μαθητοκεντρικού τύπου μάθηση» (Χατζηθεολόγου, 2000). Στην περίπτωση αυτή, οι μαθητές προκαλούνται να εργαστούν μέσα στη δική τους μάθηση, γιατί με αυτόν τον τρόπο αποκαλύπτουν περισσότερο εκλεπτυσμένες στρατηγικές και κατανοήσεις από ότι όταν εξαναγκάζονται να αναπαράγουν αδρανή γνώση από την οποία έχουν αφαιρεθεί η πρόκληση και η δημιουργικότητα (Χιονίδου, 1999). Η ως άνω προσέγγιση έχει ως σκοπό την ανάπτυξη μιας στάσης για νοητική αναζήτηση και εμπλοκή σε νοηματικές δραστηριότητες και εμπειρίες και στοχεύει στην ανάπτυξη της αυτονομίας της μαθησιακής συμπεριφοράς (Κλαουδάτος, 1999), επομένως συνδέεται και με την άποψη ότι οι μαθητές πρέπει να έχουν συνεχώς την ευκαιρία να θέτουν υπό κρίση, και ενδεχομένως υπό αμφισβήτηση, όλα όσα έχουν μάθει. Η προσέγγιση αυτή έχει επίσης χαρακτηριστεί με διάφορους τρόπους. Οι Ράπτης και Ράπτη (1998) τη χαρακτηρίζουν ως «συνεργατική μάθηση», η Χιονίδου (1999) ως

«μεταμοντέρνα επιστημολογία» και ο Hunting (1987) ως «σχετικιστική άποψη για τη μάθηση». Ο Κλαουδάτος χρησιμοποιεί τους όρους «'ενοποιημένη' διαδικασία Λύσης Προβλήματος» (2000) και «ενεργητική μάθηση» (1999). Η Κολέζα (1977) αναφέρεται στο «ρεαλιστικό μοντέλο διδασκαλίας», όπως επίσης σε «διδασκαλία διαρθρωμένη γύρω από ευρετικές διαδικασίες και σε άμεση συνάρτηση με την καθημερινή ζωή». Το εναλλακτικό μοντέλο στη θεωρία της μετάδοσης των γνώσεων από το δάσκαλο στο μαθητή σύμφωνα με τους von Glaserfeld (1991), Steffe (1991) κ.ά. είναι η θεωρία κατασκευής της γνώσης (κονστρουκτιβισμός ή δομητισμός).

Οι βασικές αρχές της θεωρίας κατασκευής της γνώσης, όπως αναφέρονται από τη Μ. Χιονίδου (1999), είναι οι εξής: α) Μαθαίνουμε δρώντας. Η γνώση περνάει από μια κατάσταση ισορροπίας σε μια άλλη μέσα από μεταβατικές φάσεις κατά τη διάρκεια των οποίων οι προηγούμενες γνώσεις αποδεικνύονται λανθασμένες, β) Κάθε άτομο δημιουργεί τις δικές του αναπαραστάσεις και δεν υπάρχει μια μοναδικά «σωστή αναπαράσταση» της γνώσης, γ) Η μάθηση συμβαίνει μέσα σε ένα κοινωνικό πλαίσιο. Η δημιουργία λεκτικής διαμάχης μεταξύ μαθητών και μαθητριών μπορεί να διευκολύνει την απόκτηση της γνώσης και δ) Το άτομο πρέπει να αναστοχάζεται και να προσπαθεί να συνειδητοποιήσει με βάση μια μεταγνωστική και συναισθηματική ενεργοποίηση με ποιο τρόπο άλλαξαν οι αντιλήψεις του. Ορισμένες πολύ σημαντικές διαστάσεις που απορρέουν από τις παραπάνω αρχές είναι η συνεργατικότητα, ο στοχασμός, η ενεργός συμμετοχή και η προσωπική συνάφεια (Ράπτης και Ράπτη, 1998).

Σύμφωνα λοιπόν με τις σύγχρονες κοινωνικές και εποικοδομιστικές θεωρήσεις για την κατασκευή της γνώσης η μάθηση των μαθηματικών αποτελεί μια ενεργητική και κατασκευαστική διαδικασία η οποία είναι ιδιαίτερη για τον κάθε μαθητή. Επιπλέον, οι σύγχρονες θεωρήσεις δίνουν έμφαση στη σημασία της χρήσης εργαλείων για την κατασκευή της μαθηματικής γνώσης από τους μαθητές. Ανάμεσα στα διάφορα εργαλεία αναγνωρίζεται ως κεντρικός, ο ρόλος των υπολογιστικών εργαλείων τα οποία παρέχονται από ειδικά σχεδιασμένα περιβάλλοντα εκπαιδευτικού λογισμικού (Noss & Hoyles, 1996). Ο δάσκαλος σύμφωνα με τις σύγχρονες θεωρήσεις για τη γνώση και τη μάθηση έχει το ρόλο δημιουργού κατάλληλων μαθησιακών περιβαλλόντων μέσα στα οποία ο μαθητής είναι ενεργητικός, εκφράζει τις προσωπικές του ιδέες για τα μαθηματικά και κατασκευάζει γνώση σύμφωνα με τις ιδιαιτερότητές του. Επίσης ο δάσκαλος έχει το ρόλο του ερευνητή και του δημιουργού μοντέλων (Cobb & Steffe, 1983). Πιο συγκεκριμένα, κατά τη διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας ο δάσκαλος συνειδητά διαχωρίζει τα μαθηματικά που εκείνος γνωρίζει από τα μαθηματικά που οι μαθητές του κατασκευάζουν και είναι ευέλικτος ώστε κάθε στιγμή να δημιουργεί ένα κατάλληλο μοντέλο για το γνωστικό

σημείο στο οποίο βρίσκεται κάθε μαθητής του ώστε με κατάλληλες παρεμβάσεις να μπορεί να τον οδηγήσει να προχωρήσει ο ίδιος σε εξέλιξη της γνώσης του.

Για το σκοπό αυτό ο δάσκαλος παρέχει στους μαθητές του μια σειρά κατάλληλα εργαλεία και να σχεδιάσει κατάλληλες μαθησιακές δραστηριότητες. Οι δραστηριότητες είναι αυτές που δημιουργούν το κίνητρο στο μαθητή να τις πραγματοποιήσει και ως εκ τούτου παίζουν κεντρικό ρόλο στη μάθηση (Nardi, 1996). Για το λόγο αυτό οι δραστηριότητες θα πρέπει αφ ενός μεν να έχουν σημασία για το μαθητή, δηλαδή να βρίσκονται στον κόσμο των ενδιαφερόντων του και αφ ετέρου θα πρέπει να τον ενεργοποιούν να διερευνά προκειμένου να κατασκευάζει τη γνώση του. Ανάμεσα στους τύπους δραστηριοτήτων σημαντικό ρόλο κατέχουν οι δραστηριότητες που μπορούν να επιλυθούν με πολλαπλούς τρόπους διότι επιτρέπουν στο μαθητή να εκφράσει διαφορετικά είδη γνώσης όπως, διαισθητική, εικονική και τυπική γνώση. Σε περιβάλλοντα εκπαιδευτικού λογισμικού οι πολλαπλές επιλύσεις μπορούν να πραγματοποιηθούν με τη χρήση διαφορετικών εργαλείων (Κορδάκη, 2004).

Είναι προφανές ότι η ως άνω παρουσίαση είναι, σε κάποιο βαθμό, σχηματική και φυσικά αποδίδει ένα μόνο ποσοστό από μια πραγματικότητα ρέουσα και μεταβαλλόμενη, όπως είναι αυτή που χαρακτηρίζει το χώρο της διδακτικής των μαθηματικών. Οι διάφορες ετικέτες που δόθηκαν στο καθένα από τα δύο κυρίαρχα ρεύματα είναι φανερό ότι δεν αποδίδουν απαραίτητα ταυτόσημες έννοιες, ούτε εκφράζουν σε κάθε περίπτωση παρόμοιες απόψεις για τη διδακτική των μαθηματικών. Ακόμη, εντός των παραδοσιακών μοντέλων διδασκαλίας συνυπάρχουν διάφορες τάσεις, όπως ο λογικισμός ή πλατωνικός ρεαλισμός, ο φορμαλισμός, και αντίστοιχα το ίδιο συμβαίνει και εντός των σύγχρονων μοντέλων. Είναι προφανές ότι αυτό που ενοποιεί ένα σύνολο από απόψεις, πιθανώς διαφορετικές, και τις εντάσσει σε ένα συγκεκριμένο ρεύμα, που για χάρη συντομίας ονομάσθηκε στην πρώτη περίπτωση παραδοσιακό και στη δεύτερη σύγχρονο, είναι, κυρίως, η κυρίαρχη πρακτική που ακολουθείται όσον αφορά στη διδασκαλία των μαθηματικών. Επίσης, οι αντιθέσεις που φαίνεται ότι υπάρχουν ανάμεσα στα δύο ρεύματα δεν έχουν πάντα ξεκάθαρα όρια, κυρίως σε επίπεδο πρακτικής εφαρμογής. Για παράδειγμα, συχνά η παθητική μάθηση συνδέεται με τη μετωπική διδασκαλία και αντιπαρατίθεται στην ενεργητική μάθηση, όμως είναι δυνατό μια παθητική μαθησιακή διαδικασία, για παράδειγμα η παρακολούθηση του δασκάλου, να οδηγήσει και σε ενεργητικές νοητικές δραστηριότητες και αντίθετα μια μαθησιακή δραστηριότητα να οδηγήσει σε παθητικές νοητικές εμπειρίες (Κλαουδάτος 1999). Ακόμη, ενώ μπορεί να υιοθετείται η λογική της «επίλυσης προβλήματος» με στόχο την ανάδειξη της νέας γνώσης, συχνά, οι διδάσκοντες αναιρούν τις όποιες προθέσεις τους δηλώνοντας ότι δεν

εμπιστεύονται τη λύση του προβλήματος στους μαθητές τους, αλλά την παρουσιάζουν οι ίδιοι στον πίνακα (Οικονόμου και Τζεκάκη, 1999).

Η **δραστηριότητα** λοιπόν είναι μια έννοια κλειδί γύρω από την οποία διαρθρώνονται σχεδόν όλες οι σύγχρονες διδακτικές προσεγγίσεις στο μάθημα των μαθηματικών. **Ως δραστηριότητα είναι δυνατό να ορίσουμε μια κατάσταση – πρόβλημα ή τη διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος (Κολέζα, 1987). Όποια ορολογία και αν υιοθετήσουμε είναι κοινά αποδεκτό ότι η λειτουργία μιας δραστηριότητας χρησιμεύει αφενός για την κατασκευή από τους ίδιους τους μαθητές της νέας γνώσης και αφετέρου για να δώσει την ευκαιρία ποικίλων εφαρμογών των ήδη αποκτηθεισών γνώσεων (ό.π).**

Σύμφωνα με τις νεότερες προσεγγίσεις οι στόχοι της Μαθηματικής Εκπαίδευσης εκφράζονται πληρέστερα με όρους *δραστηριοτήτων* παρά με όρους παρατηρήσιμων συμπεριφορών, δηλαδή αφορούν την ίδια τη διαδικασία μάθησης και δεν αποτελούν απλά μετρήσιμο αποτέλεσμα. Εργασία πάνω σε μια μαθηματική δραστηριότητα σημαίνει κυρίως *προσδιορίζω το πρόβλημα, εικάζω για το αποτέλεσμα, πειραματίζομαι με τη βοήθεια παραδειγμάτων, συνθέτω ένα συλλογισμό, διατυπώνω μια λύση, ελέγχω τα αποτελέσματα και αξιολογώ την ορθότητά τους σε συνάρτηση με το αρχικό πρόβλημα (ό.π)*. Επιδιώκοντας τους γενικούς στόχους της Μαθηματικής Εκπαίδευσης μέσω επεξεργασίας κατάλληλων δραστηριοτήτων, οι μαθητές μαθαίνουν να ερευνούν, να αιτιολογούν κατ' αναλογία, να εκτιμούν την ισχύ πιθανών λύσεων, να επιχειρηματολογούν υπέρ της λύσης που προτείνουν και να εκφράζονται στη μαθηματική γλώσσα εκτιμώντας την ισχύ της ως εργαλείο επικοινωνίας (ό.π).

Η προσέγγιση αυτή στηρίζεται στο ότι η γνώση δεν μπορεί και δεν πρέπει να επιβάλλεται δογματικά εκ των έξω (Κολέζα, 1997). Το καθετί πρέπει να υπόκειται σε μια εσωτερική επεξεργασία από εκείνον που μαθαίνει. Οι μαθηματικές έννοιες πρέπει να ανακαλύπτονται μέσω κατάλληλων εμπειριών. Αυτό σημαίνει ότι ο μαθητής ξεκινώντας από την παρατήρηση και ανάλυση καταστάσεων που του είναι οικείες καθίσταται ικανός να αντιμετωπίζει τις μαθηματικές έννοιες και να τις χρησιμοποιεί σε μια ποικιλία καταστάσεων (ό.π).

Κατά την άποψη της Κολέζα (ό.π) μια δραστηριότητα πρέπει:

- Να έχει σύντομη εκφώνηση, που μπορεί να γίνει κατανοητή απ' όλους τους μαθητές.
- Να έχει μη προφανή απάντηση. Για να απαντήσει ο μαθητής στα ερωτήματα που τίθενται στα πλαίσια της δραστηριότητας, πρέπει να ανακαλύψει τη γνώση που επιδιώκεται μέσω αυτής, κινητοποιώντας και αναδιοργανώνοντας παλαιότερες γνωστές του έννοιες.

- Το πρόβλημα το οποίο βρίσκεται στη βάση μιας δραστηριότητας πρέπει να είναι πλούσιο, δηλαδή να επιδέχεται πολλές προσεγγίσεις, και να δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να διατυπώνουν και να επεξεργάζονται μόνοι τους ή στα πλαίσια της ομάδας ενδιάμεσες ερωτήσεις. Οποιοσδήποτε ενέργειες τμήσης του προβλήματος από τον καθηγητή αποκλείονται.

3.1 Η έννοια και ο ρόλος του Εκπαιδευτικού Σεναρίου για το σχεδιασμό της διδασκαλίας των Μαθηματικών με χρήση Τ.Π.Ε

Η εισαγωγή των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία μας επιτρέπει να αναθέσουμε πιο ενεργό ρόλο στους μαθητές. Ωστόσο η δραστηριότητα των μαθητών με τους υπολογιστές δεν προάγει πάντα τη μάθηση. Το σενάριο μας βοηθά να εξισορροπήσουμε τη ελευθερία που έχει η δραστηριότητα των μαθητών με τη δομή που απαιτείται ώστε να παράγει μάθηση. Αν αγνοήσουμε το δεύτερο, κινδυνεύουμε η όλη δραστηριότητα να μείνει ένα παιχνίδι, αν το υπερβάλλουμε κινδυνεύουμε να κατευθύνουμε τους μαθητές στην εκτέλεση δραστηριοτήτων που δεν κατανοούν. Συγκεκριμένα το σενάριο μας επιτρέπει: (α) να οργανώνουμε την αυτενέργεια των μαθητών ώστε να εξυπηρετεί τους σκοπούς της μάθησης, και (β) να μεταδώσουμε στους μαθητές σκοπούς για τη δραστηριότητά τους ώστε να μη γίνεται μηχανιστικά αλλά να έχει προσωπικό νόημα για τους ίδιους.

Το σενάριο μάθησης είναι ένας δομημένος τρόπος σχεδιασμού δραστηριοτήτων μάθησης, που μας βοηθά να σχεδιάσουμε το μάθημα με όρους δραστηριότητας των μαθητών. Οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί μπορούν, αν τους ζητηθεί, να περιγράψουν το μάθημά τους σε πρώτο πρόσωπο ως μια σειρά δικών τους ενεργειών. Αντίθετα το σενάριο περιγράφει αυτό που γίνεται στην τάξη όχι από τη σκοπιά του «τι διδάσκω;», αλλά από τη σκοπιά του «τι κάνουν οι μαθητές;» και «τι θέλω να αποκομίσουν από αυτή τους τη δραστηριότητα;».

Ειδικότερα **Εκπαιδευτικό Σενάριο** είναι η περιγραφή ενός μαθησιακού πλαισίου με εστιασμένο **γνωστικό αντικείμενο**, και συγκεκριμένους **εκπαιδευτικούς στόχους, παιδαγωγικές αρχές και σχολικές πρακτικές**.

Ένα τέτοιο σενάριο υλοποιείται μέσα από μια σειρά εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων. Η δομή και ροή κάθε δραστηριότητας καθώς και οι ρόλοι του διδάσκοντα-μαθητών και η αλληλεπίδρασή τους με τα όποια χρησιμοποιούμενα μέσα και υλικό, περιγράφονται σε ένα πλάνο δραστηριότητας. Μέρος ενός τέτοιου πλάνου προβλέπει τη χρήση λογισμικού. Βέβαια σενάρια μάθησης μπορούν να σχεδιαστούν και για δραστηριότητες που δε χρησιμοποιούν ΤΠΕ. Είναι όμως ο πλέον ενδεδειγμένος

τρόπος σχεδιασμού για την αξιοποίηση των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία, επειδή το ζητούμενο σε αυτή την περίπτωση είναι πώς θα οργανώσουμε τις δραστηριότητες των μαθητών που δεν εκπορεύονται απευθείας από το δάσκαλο.

Η εισαγωγή των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία αλλάζει αναπόφευκτα τη δυναμική της σχολικής τάξης και τη ροή της δραστηριότητας. Όποιος έχει διδάξει με υπολογιστές έχει διαπιστώσει ότι δεν είναι πλέον το κέντρο της προσοχής των μαθητών, ότι ίσως δυσκολεύεται να προσελκύσει την προσοχή όλης της τάξης και ότι δεν είναι εφικτό οι μαθητές να κάνουν όλοι το ίδιο συγχρόνως. Στην παραδοσιακή τάξη ο δάσκαλος να είναι το κέντρο από όπου εκπορεύεται όλη η δραστηριότητα στην τάξη. Επίσης, θεωρούμε αυτονόητο ότι όλη η τάξη κάνει συγχρόνως την ίδια δραστηριότητα. Όταν ο δάσκαλος κινείται με βάση αυτές τις παραδοχές η τεχνολογία μπορεί συχνά να παρεμβληθεί ως «θόρυβος» ως διατάραξη της διδασκαλίας. Ωστόσο, αν ο δάσκαλος δεχτεί ότι κάθε ομάδα μαθητών θα ασχολείται με κάτι διαφορετικό σε μια δεδομένη και ότι ο υπολογιστής θα χρησιμεύσει ως το σημείο αναφοράς απελευθερώνοντας τη δική του προσοχή, τότε μπορεί να οργανώσει την παρέμβασή του ώστε να απευθύνεται σε κάθε ομάδα χωριστά, ανάλογα με τις ανάγκες ή τα ερωτήματά της, χωρίς να διακόπτεται δραστηριότητα των άλλων μαθητών. Καθώς η δραστηριότητα στην τάξη δεν είναι πλέον ομοιόμορφη, το σενάριο μάθησης αποτελεί ένα ιδιαίτερα χρήσιμο εργαλείο για τη διαχείριση της δραστηριότητας: μπορεί όλοι οι μαθητές να μη βρίσκονται συγχρόνως στο ίδιο σημείο, όλοι όμως εργάζονται σε ένα κοινό πλαίσιο – με βάση το σενάριο – που επιτρέπει την παρακολούθηση της πορείας τους από το δάσκαλο.

Οι ΤΠΕ επιτρέπουν μαθησιακές δραστηριότητες με εξαιρετικά μεγαλύτερο πλούτο, ποικιλία και κυρίως διάρκεια και βάθος από ότι ήταν ως τώρα εφικτό. Εκ των πραγμάτων αυτά που μπορούσαμε ως τώρα να ζητήσουμε από τους μαθητές να κάνουν στην τάξη περιορίζονταν από τα υλικά, τις πηγές και τα εργαλεία που μπορούσαμε να τους διαθέσουμε σε καθημερινή βάση. Το σενάριο λοιπόν βοηθά ώστε να μην περιοριζόμαστε από τις ως τώρα επιλογές μας για τη διεξαγωγή του μαθήματος, αλλά να εξετάζουμε εναλλακτικές επιλογές που δεν είχαμε πριν. Το σενάριο μάθησης είναι ιδιαίτερα πρόσφορο για το σχεδιασμό συνθετικών και διαθεματικών δραστηριοτήτων που υπερβαίνουν τη μία ώρα διδασκαλίας.

Τέλος, είναι προφανές ότι σχεδιασμός μαθημάτων για την αξιοποίηση των ΤΠΕ απαιτεί σημαντικό χρόνο και κόπο. Η καταγραφή του σχεδιασμού με τη μορφή σεναρίων, βοηθά στην επικοινωνία μεταξύ εκπαιδευτικών, τη συνεργασία, την ανταλλαγή σεναρίων και συσσώρευση εκπαιδευτικού υλικού με τη δημιουργία ηλεκτρονικών βιβλιοθηκών.

3.1.1 Γενικές προδιαγραφές εκπαιδευτικών σεναρίων

Το εκπαιδευτικό σενάριο αποτελεί μια σε βάθος διείσδυση στη διδακτική πρακτική. Μέσω αυτού γίνεται ανάλυση της μεθόδου και της στρατηγικής σύμφωνα με την οποία προτείνεται να εφαρμοσθεί το σύνολο των σχεδιασμένων δραστηριοτήτων στην τάξη και στους προτεινόμενους ρόλους που καλούνται να παίξουν οι συμμετέχοντες (μαθητές, καθηγητές, επιμορφωτές και διοίκηση του σχολείου), αλλά και στη δομή της συνεργασίας μεταξύ διαφορετικών ομάδων (η τάξη ως σύνολο, μικρές ομάδες μαθητών στην ίδια τάξη ή σε διαφορετικές τάξεις).

Η συγγραφή των σεναρίων (γενικά) θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη τα παρακάτω:

- Την πολυπλοκότητα της παιδαγωγικής, διδακτικής και γνωστικής προσέγγισης της πραγματευόμενης ενότητας με χρήση της συγκεκριμένης τεχνολογίας και του προτεινόμενου σεναρίου.
- Την εμπλοκή διαφόρων γνωστικών περιοχών και διαφορετικής φύσης παραγόντων στην εκμάθηση και διδασκαλία μιας διδακτικής ενότητας και την ανάγκη συνέργειας μεταξύ τους.
- Την ανάγκη συνεργασίας μεταξύ τεχνικών (ανθρώπων που έχουν εμπειρία στην δημιουργία και χρήση τεχνολογικών εργαλείων) και παιδαγωγών (ανθρώπων που έχουν εμπειρία στην διδακτική και μάθηση γνωστικών ενοτήτων) για την επιτυχή δημιουργία και συγγραφή ρεαλιστικών σεναρίων.
- Την άμεση ανταπόκριση των σεναρίων στην καθημερινή σχολική πραγματικότητα και την συμβολή τους στην αναβάθμιση της διδακτικής πρακτικής, της εξομάλυνσης δυσκολιών κατανόησης και της μαθησιακής επικοινωνίας.
- Τις ανάγκες επικοινωνίας που δημιουργούν τα σεναρία μεταξύ μαθητών, καθηγητών, διευθύνσεων σχολείων και άλλων σχετικών φορέων, σε σχέση με δραστηριότητες, εργασίες, ασκήσεις, μεθόδους εφαρμογής στην τάξη και στο σχολείο κλπ.

Στοιχεία που περιγράφουν/ προσδιορίζουν τα εκπαιδευτικά σεναρία

Παρακάτω γίνεται αναλυτικότερος προσδιορισμός των συγκεκριμένων στοιχείων που περιγράφουν/ προσδιορίζουν τα εκπαιδευτικά σεναρία. Ανάλογα με την περίπτωση, ορισμένα από αυτά θα χρήζουν περισσότερης και άλλα μικρότερης ανάλυσης.

Σύντομη ανασκόπηση του σεναρίου

Περιλαμβάνει σύντομες αναφορές στα παρακάτω:

- Ιδέα που διέπει το σενάριο

- Τεχνολογικά εργαλεία που προτείνονται προς χρήση (π.χ. λογισμικό)
- Χρήση συμπληρωματικού υλικού
- Προσδοκώμενες παιδαγωγικές και μαθησιακές κατακτήσεις
- Προβλεπόμενες μέθοδοι διδακτικής
- Στρατηγικές εφαρμογής

Παιδαγωγικοί, κοινωνιολογικοί και πολιτισμικοί στόχοι

Αναλυτικός προσδιορισμός των ευρύτερων χαρακτηριστικών του σεναρίου σε σχέση με την παιδαγωγική, κοινωνική και πολιτισμική επιρροή που έχει στη σχολική κοινότητα.

- Ο ρόλος του σεναρίου και των τεχνολογικών εργαλείων για την αναβάθμιση των συμμετεχόντων ή την ενίσχυση των ρόλων τους (καθηγητές, μαθητές, διεύθυνση, φορείς της κοινότητας).
- Ο ρόλος των προς χρήση εργαλείων (τεχνολογικών και άλλων) στο συγκεκριμένο σενάριο.
- Αναφορά στα καινοτομικά στοιχεία του σεναρίου και των εργαλείων στη σχολική κοινότητα και στον αναμενόμενο ρόλο τους για τους συμμετέχοντες.

Προσδοκώμενη διαδικασία μάθησης

Αναλυτικός προσδιορισμός του επιλεγμένου γνωστικού αντικειμένου του οποίου η μάθηση προτείνεται μέσα από το συγκεκριμένο σενάριο, καθώς και της συσχέτισης γνωστικού αντικειμένου και σεναρίου.

- Ορισμός της επιστημολογικής υπόστασης του εν λόγω γνωστικού αντικειμένου καθώς και των συγγενών του εννοιών.
- Αναφορά στις μαθησιακές δυσκολίες των παιδιών οι οποίες έχουν εντοπισθεί μέσω ερευνητικών διαδικασιών για το συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο.
- Αναλυτική περιγραφή των αναμενόμενων και προσδοκώμενων μαθησιακών διαδικασιών που επιδιώκεται να προκληθούν με την χρήση του σεναρίου και της σχέσης τους με τις προαναφερθείσες μαθησιακές δυσκολίες.

Διδακτική διαδικασία

Αναλυτική ανάπτυξη της διδακτικής διαδικασίας που απαιτείται για την επίτευξη των παραπάνω προσδοκώμενων μαθησιακών στόχων.

- Περιγραφή των διδακτικών μεθόδων που εμπλέκονται και απαιτούνται στο πλαίσιο εφαρμογής του σεναρίου.

- Ανάλυση του τρόπου εργασίας των μαθητών (μόνοι, σε ομάδες) και του βαθμού αυτενέργειας και αυτονομίας που παρέχεται.
- Αναφορά και επεξήγηση της τυχόν ανάγκης για αλλαγή του ρόλου των καθηγητών και των αντιλήψεων τους για την διδασκαλία του συγκεκριμένου γνωστικού αντικείμενου μέσα από το προτεινόμενο σενάριο.
- Αναφορά στην ανάγκη νέων συνεργασιών είτε μεταξύ των καθηγητών του ίδιου σχολείου, είτε μεταξύ καθηγητών άλλων σχολείων ή ακόμη και με άλλους φορείς της κοινότητας.
- Πιθανή χρήση αξιολόγησης και αναλυτική περιγραφή της ποιότητας, είδους και στόχων της αξιολόγησης αυτής.

Εκπαιδευτικές Δραστηριότητες

Περιγραφή των επιμέρους εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων και των αντιστοιχών «πλάνων» εφαρμογής τους. Συγκεκριμένα, τα στοιχεία που προσδιορίζουν κάθε εκπαιδευτική δραστηριότητα είναι:

- Στόχοι του Τρέχοντος Προγράμματος Σπουδών, που θίγονται/ πραγματοποιούνται από τη δραστηριότητα,
- Προαπαιτούμενα (π.χ. σχέσεις με άλλες εκπαιδευτικές δραστηριότητες, τεχνικές εγκαταστάσεις, επιμόρφωση για θέματα εφαρμογής του λογισμικού και της δραστηριότητας κλπ).
- Πιθανές επιπτώσεις από την εφαρμογή της δραστηριότητας στη διεύθυνση/ διοίκηση του σχολείου και σχετικά μέτρα που πρέπει να ληφθούν.
- Χρονισμός εφαρμογής της δραστηριότητας και εναρμονισμός της με το ωρολόγιο πρόγραμμα (εκτιμώμενη διάρκεια, συνεργασία με διδακτικές ώρες μαθημάτων, κλπ).
- Προετοιμασία (υλικό, τάξη, ομάδες παιδιών, customization κλπ).
- Απαιτούμενα εργαλεία/λογισμικό ή άλλο υλικό (σημειωτέον ότι μπορεί να απαιτείται ή να ενδείκνυται και η χρήση συμπληρωματικού λογισμικού από εκείνο που αναπτύσσεται).
- Περιγραφή της ροής της δραστηριότητας με διάκριση των διαδοχικών βημάτων εφαρμογής της διαδικασίας. Για καθένα απ' αυτά περιγράφεται μεταξύ άλλων η αλληλεπίδραση μαθητών και διδασκόντων με τα εργαλεία λογισμικού.
- Φύλλο εργασίας.
- Προτάσεις για επεκτάσεις ή διαφοροποιήσεις.

Οι παραπάνω περιγραφές (πλάνα) πιθανότατα θα προσδιορίζουν «οικογένειες» συγγενών δραστηριοτήτων που θα μπορούσαν να εφαρμοστούν, με μικρές αλλαγές. Είναι σημαντικό κάθε δραστηριότητα να είναι εφικτή σε συνθήκες τάξης, παίρνοντας υπόψη τους χρονικούς περιορισμούς της διδακτικής ώρας, και όλους τους πιθανούς παράγοντες που μπορεί να επηρεάσουν την ομαλή διεξαγωγή των προτεινόμενων διαδικασιών.

Κριτική προσέγγιση του σεναρίου και της εφαρμογής του

Κριτική αναφορά στα χαρακτηριστικά του προτεινόμενου σεναρίου λαμβάνοντας υπόψη θετικά και αρνητικά στοιχεία σε σχέση με τις προαναφερόμενες ενότητες.

- Τοποθέτηση του προτεινόμενου σεναρίου στο γενικότερο σύνολο διδακτικής της εν λόγω γνωστικής ενότητας (π.χ. αναφορά σε συγγενή ή διαφορετικά σεναρία).
- Περιγραφή των σημείων που μένουν αμετάβλητα καθώς και εκείνων που δέχονται περαιτέρω αλλαγές, προσθήκες και γενικότερα είναι περισσότερο δεκτικά μετατροπών στα χέρια των καθηγητών και μαθητών τους.
- Κριτική των πλεονεκτημάτων και μειονεκτημάτων του σεναρίου ως προς τις προσδοκώμενες διδακτικές και μαθησιακές διαδικασίες.
- Αναφορά σε συγκεκριμένους στόχους ή διαδικασίες που δεν μπορούν να επιτευχθούν μέσω της συγκεκριμένης μορφής και εφαρμογής του σεναρίου.

Βασική προϋπόθεση για την επιτυχή εφαρμογή των σεναρίων αποτελεί η απόδοση της αναγκαίας προσοχής σε όλα τα επιμέρους στάδια ανάπτυξής τους αλλά και στην αρμονική συνεργασία όλων των φορέων που συμμετέχουν και με οποιοδήποτε τρόπο εμπλέκονται σε αυτό. Από το αρχικό στάδιο σχεδιασμού, στη φάση εκτέλεσης έως και το τελικό στάδιο κριτικής αξιολόγησης.

Οι ευρύτεροι προσδοκώμενοι στόχοι (διδακτικοί, πολιτιστικοί, κοινωνικοί) πρέπει να είναι σαφείς. Οι δημιουργοί των σεναρίων πρέπει να είναι άριστοι γνώστες των αποδεκτών αυτού του σεναρίου και των συνθηκών εφαρμογής του σεναρίου.

Επίσης πρέπει να γνωρίζουν τις δυνατότητες που παρέχει το νέο μέσο στην εκπαιδευτική διαδικασία, τη δυνατότητα συνδυασμού του με άλλα μέσα, τη δυνατότητα δημιουργικής παρέμβασης, συμπλήρωσης του συνοδευτικού εκπαιδευτικού υλικού από τους συμμετέχοντες.

Τέλος, μια εκπαιδευτική δραστηριότητα βασισμένη στη χρήση των ΤΠΕ πρέπει να εισάγει μια διαφορετική παιδαγωγική προσέγγιση ανοικτή, διερευνητική και ευέλικτη εξασφαλίζοντας τη δημιουργική επικοινωνία αλλά και τους μηχανισμούς αξιολόγησης της δραστηριότητας καθαυτής και όλων όσων συμμετέχουν σε αυτή.

3.2 Ο Σχεδιασμός και η Υλοποίηση κατάλληλων Εκπαιδευτικών Δραστηριοτήτων με χρήση κατάλληλου Εκπαιδευτικού Λογισμικού

Σε περιβάλλοντα λοιπόν κατάλληλα σχεδιασμένου εκπαιδευτικού λογισμικού παρέχονται μια σειρά λειτουργίες οι οποίες είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν ώστε να σχεδιαστούν από το δάσκαλο και στη συνέχεια να πραγματοποιηθούν από τους μαθητές διερευνητικού τύπου δραστηριότητες. Τι σημαίνει όμως «κατάλληλα σχεδιασμένο» εκπαιδευτικό λογισμικό; Με βάση μια σειρά ερευνών ένα κατάλληλο εκπαιδευτικό λογισμικό για τη μάθηση θα πρέπει να δίνει ευκαιρίες στο μαθητή ώστε (Κορδάκη 2003):

- Είναι ενεργητικός
- Εκφράζει τις ατομικές και ενδοατομικές του διαφορές στη μάθηση
- Αναστοχάζεται
- Κατασκευάζει γνώση και όχι να είναι κύρια θεατής πληροφοριών
- Αυτοδιορθώνεται
- Διερευνά
- Διατυπώνει υποθέσεις, γενικεύσεις, συμπεράσματα

Με πιο τεχνικούς όρους ένα κατάλληλο για μάθηση εκπαιδευτικό λογισμικό θα πρέπει να παρέχει:

- Υψηλού βαθμού αλληλεπιδραστικότητα
- Δυνατότητα άμεσης διαχείρισης μαθηματικών αντικειμένων
- Εικονική ανατροφοδότηση
- Αριθμητική ανατροφοδότηση
- Ποικιλία εργαλείων για εννοιολογική κατασκευή μαθηματικών εννοιών
- Εργαλεία κυμαινόμενης διαφάνειας για επίλυση ποικιλίας σημαντικών προβλημάτων
- Πολλαπλά αναπαραστασιακά συστήματα (εικονικά, γραφικές παραστάσεις, πινακοποίηση, εξισώσεις, υπολογισμοί)
- Εργαλεία βοήθειας
- Δυνατότητες επέκτασης

Παρακάτω παρατίθενται βασικοί παράγοντες που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά τη σχεδίαση διερευνητικών δραστηριοτήτων καθώς και πέντε βασικοί τύποι δραστηριοτήτων (Κορδάκη 2004):

Παράγοντες σχεδιασμού δραστηριότητας

- Ο επιστημονικός ορισμός του προς μάθηση αντικειμένου
- Με ποιες βασικές δραστηριότητες μπορεί να δομηθεί το αντικείμενο μάθησης
- Πως οι μαθητές μαθαίνουν το μαθησιακό αντικείμενο
- Ποιο είναι το προφίλ των μαθητών
- Πώς θα αναπτύσσεται εσωτερικό κίνητρο στο μαθητή (δραστηριότητες από την καθημερινή ζωή, παιχνίδια, να δίνεται η ευκαιρία στο μαθητή να μελετά τα δικά του αντικείμενα)

Είδη Δραστηριοτήτων

Διατύπωσης εικασίας με βάση την μεταβαλλόμενη εικόνα.

Για παράδειγμα εάν ο μαθητής σχεδιάσει ένα τρίγωνο και τα ύψη του και σύρει τις κορυφές του στην οθόνη του υπολογιστή μπορεί να διατυπώσει την εικασία σχετικά με τη θέση του σημείου τομής τους ανάλογα με το είδος του τριγώνου.

Διατύπωσης εικασίας με βάση τα μεταβαλλόμενα αριθμητικά δεδομένα

Για παράδειγμα εάν ο μαθητής σχεδιάσει ένα τρίγωνο και μετρήσει το εμβαδόν και την περίμετρό του και στη συνέχεια σύρει τις κορυφές του τριγώνου στην οθόνη του υπολογιστή μπορεί να διατυπώσει την εικασία ότι η περίμετρος και το εμβαδόν αποτελούν διαφορετικές έννοιες.

Επαλήθευσης εικασίας με βάση την μεταβαλλόμενη εικόνα.

Για παράδειγμα εάν ο μαθητής υποθέσει ότι οι διχοτόμοι ενός τριγώνου ενδεχομένως να τέμνονται στο ίδιο σημείο μπορεί να σχεδιάσει ένα τρίγωνο και τις διχοτόμους του και στη συνέχεια να σύρει τις κορυφές του τριγώνου στην οθόνη του υπολογιστή οπότε θα επαληθεύσει την υπόθεσή του με μια απειρία εμπειρικών εικονικών δεδομένων.

Επαλήθευσης εικασίας με βάση τα μεταβαλλόμενα αριθμητικά δεδομένα.

Για παράδειγμα εάν ο μαθητής κατασκευάσει δύο κατά κορυφή γωνίες και υποθέσει ότι είναι ίσες (με το μάτι) μπορεί να επαληθεύσει την εικασία του μετρώντας αυτές τις δύο γωνίες για κάθε θέση των δύο τεμνομένων ευθειών.

Επαλήθευσης σχέσης με βάση τα μεταβαλλόμενα αριθμητικά δεδομένα σε συνδυασμό με την μεταβαλλόμενη εικόνα.

Για παράδειγμα εάν ο μαθητής γνωρίζει ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180 μοίρες μπορεί να το επαληθεύσει σχεδιάζοντας ένα τρίγωνο, μετρώντας τις γωνίες του, υπολογίζοντας το άθροισμά τους και στη συνέχεια πινακοποιώντας τις τιμές των γωνιών και του αθροίσματός τους ενώ μεταβάλλει τη μορφή του τριγώνου στην οθόνη του υπολογιστή.

Μαύρο κοντί-αιτιολόγηση του τι συμβαίνει σε μια γεωμετρική κατασκευή.

Για παράδειγμα ο μαθητής μπορεί να προβληματιστεί προκειμένου να αιτιολογήσει το γιατί όταν μετρήσει αυτόματα την επιφάνεια δύο ή/και περισσότερων τριγώνων με κοινή βάση και των οποίων η κορυφή βρίσκεται σε μια ευθεία παράλληλη προς τη βάση αυτή έχουν το ίδιο εμβαδόν.

Πολλαπλών επιλύσεων.

Για παράδειγμα ο μαθητής μπορεί να προσπαθήσει να σχεδιάσει ισεμβαδικά τρίγωνα χρησιμοποιώντας το πλέγμα, τους τύπους υπολογισμού, το σύρσιμο των κορυφών του τριγώνου στην οθόνη του υπολογιστή, την αντιγραφή και επικόλληση κ.α.

The Geometer's Sketchpad - [Σχέδιο01.gsp]

Αρχείο Επεξεργασία Προβολή Κατασκευή Μετασχηματισμός Μέτρηση Γράφημα Εργασία Βοήθεια

Γωνία(ΓΑΒ)	78,21	91,67	78,21
Γωνία(ΑΒΓ)	86,18	31,75	66,18
Γωνία(ΒΓΑ)	35,61	56,58	35,61
Άθροισμα γωνιών	180,00	180,00	180,00

μέγεθος∠ΓΑΒ = 91°
 μέγεθος∠ΑΒΓ = 60°
 μέγεθος∠ΒΓΑ = 29°
 μέγεθος∠ΓΑΒ + μέγεθος∠ΑΒΓ + μέγεθος∠ΒΓΑ = 180°

μέγεθος∠ΓΑΒ = 110°
 μέγεθος∠ΑΒΓ = 41°
 μέγεθος∠ΑΓΒ = 29°
 μέγεθος∠ΓΑΒ + μέγεθος∠ΑΒΓ + μέγεθος∠ΑΓΒ = 180°

μέγεθος∠ΑΓΒ = 36°
 μέγεθος∠ΑΒΓ = 66°
 μέγεθος∠ΒΑΓ = 78°
 μέγεθος∠ΑΓΒ + μέγεθος∠ΑΒΓ + μέγεθος∠ΒΑΓ = 180°

Η οθόνη του Sketchpad με το δυναμικό αρχείο μιας δραστηριότητας επαλήθευσης σχέσης με βάση τα μεταβαλλόμενα αριθμητικά δεδομένα σε συνδυασμό με την μεταβαλλόμενη εικόνα.

Το τρίγωνο μετασχηματίζεται ενώ συγχρόνως μεταβάλλονται τα μέτρα των γωνιών και το άθροισμά τους παραμένει σταθερό.

Κεφάλαιο 4^ο

Τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας

Πριν από 30 χρόνια οι υπολογιστές στο σύνολό τους δεν ήταν κατάλληλοι για οπτικό χειρισμό των γεωμετρικών αντικειμένων. Έλειπαν τα γραφικά υψηλής ανάλυσης, οι συσκευές εύκολης εισαγωγής δεδομένων όπως το ποντίκι, και η μνήμη των υπολογιστών καθώς και η Κεντρική Μονάδα Επεξεργασίας δεν ήταν δυνατόν να χειριστούν μεγάλες ποσότητες πληροφορίας με την εντυπωσιακή ταχύτητα που τους χαρακτηρίζει σήμερα. Σε αυτά τα 30 χρόνια πολλά άλλαξαν. Η χρήση των υπολογιστών έχει ευρύτατα διαδοθεί και η τεχνολογία τους θεαματικά εξελιχθεί. Οι υπολογιστές είναι δυνατόν να μεταφερθούν εύκολα, να επικοινωνήσουν μεταξύ τους ενώ το επαναστατικό νέο μέσο, το Διαδίκτυο, έχει δημιουργήσει μια νέα πραγματικότητα. Σήμερα η νέα γενιά υπολογιστών με τη μεγαλύτερη μνήμη και ταχύτητα και το εξελιγμένο περιβάλλον διεπαφής οδήγησαν στη δημιουργία πιο εξελιγμένων προγραμμάτων. Αυτή η ριζοσπαστική μεταβολή έχει ανοίξει πολλούς νέους δρόμους στη χρήση των υπολογιστών.

Δεν αποτελεί έκπληξη ότι κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 80 εμφανίστηκε μια νέα επιστήμη που ονομάστηκε **Δυναμική Γεωμετρία** και που στα πρώτα στάδια προσπάθησε να χρησιμοποιήσει τον υπολογιστή για να αντικαταστήσει τον χάρακα και τον διαβήτη. Δηλαδή χρησιμοποιώντας το ποντίκι και μια οθόνη υψηλής ανάλυσης ήταν δυνατόν να σχεδιαστούν γραμμές και κύκλοι να σημειωθούν τα σημεία τομής τους. Ένα πρώτο όφελος από τη χρήση του υπολογιστή με αυτό τον τρόπο ήταν η ακρίβεια στον σχεδιασμό γεωμετρικών σχημάτων. Επίσης η δυνατότητα των προγραμμάτων Δυναμικής Γεωμετρίας για «σύρσιμο» - dragging- των αντικειμένων της οθόνης αποτελεί θεμελιώδη βελτίωση στο χειρισμό των γεωμετρικών αντικειμένων. Περισσότερο εξελιγμένα προγράμματα δίνουν και την δυνατότητα κατασκευής ίχνους από τα μετακινούμενα σημεία ή σχήματα και την απεικόνιση γεωμετρικών τόπων. Αλλά η περισσότερο σημαντική συμβολή του υπολογιστή σε σχέση με τα παραδοσιακά εργαλεία σχεδίασης ήταν ότι ο υπολογιστής ήταν σε θέση να καταγράψει τον τρόπο με τον οποίο κατασκευάστηκε το σχήμα και να επαναλάβει την κατασκευή ταχύτατα ακόμα και με την αλλαγή κάποιων παραμέτρων του σχεδιασμού. Αυτό ήταν το πρώτο βήμα στην κατεύθυνση της αλληλεπιδραστικότητας των προγραμμάτων αυτών που αποτελεί πλέον βασική προϋπόθεση σχεδιασμού και υλοποίησης των σύγχρονων περιβαλλόντων μάθησης.

Το πρώτο πρόγραμμα αυτού του είδους ήταν το *Geometric Supposer* (Schwartz & Yerushalmy, 1985) το οποίο υποστήριζε την κατασκευή ακριβών γεωμετρικών τμημάτων όχι δυναμικών αλλά στατικών. Πριν από δέκα περίπου χρόνια έκαναν την

εμφάνισή τους σχεδόν συγχρόνως τα το Geometer's SketchPad (1990) Cabri Geometre (1991) που υποστήριζαν τις δυνατότητες της Δυναμικής Γεωμετρίας και τα οποία εισήγαγαν μια νέα επανάσταση : **Οι υπολογιστές ήταν δυνατόν να χρησιμοποιηθούν για την διδασκαλία της Γεωμετρίας στα σχολεία.**

Σήμερα μεταξύ άλλων τα περισσότερο διαδεδομένα είναι τα SketchPad, Cabri, Geometry Inventor και το Geometric Suppersuposer, ο διάδοχος του *Geometric Supposer*

4.1 Δυναμικά περιβάλλοντα και Δυναμικός Χειρισμός

Τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας είναι μικρόκοσμοι που χαρακτηρίζονται ως **δυναμικοί**. Η δυναμικότητα αναφέρεται στη δυνατότητα εμφάνισης στην οθόνη του υπολογιστή **μιας απειρίας ψηφιακών γραφικών αναπαραστάσεων μιας γεωμετρικής κατασκευής που δημιουργείται από το συνδυασμό απλών στοιχειωδών κατασκευών που υπάρχουν στο περιβάλλον διεπαφής (interface) του μικρόκοσμου**. Η απειρία αυτών των σχημάτων αποτελεί μια κλάση ισοδυναμίας σχημάτων τα οποία έχουν ορισμένες κοινές ιδιότητες. Εκπρόσωπο αυτής της κλάσης αποτελεί κάθε σχήμα το οποίο κατασκευάζεται στην οθόνη του υπολογιστή. Κάθε σχήμα είναι άμεσα διαχειρίσιμο από το μαθητή με χρήση του "συρσίματος" (dragging), το οποίο είναι διαθέσιμο από το πρόγραμμα. Μέσω της άμεσης διαχείρισης μια απειρία σχημάτων με κοινές ιδιότητες είναι δυνατό να απεικονίζονται γραφικά στην οθόνη του υπολογιστή δίνοντας την ευκαιρία στο μαθητή την ευκαιρία να κατασκευάσει αφηρημένες έννοιες που αφορούν σε αυτές τις ιδιότητες (Laborde, 1990). Η σχεδίαση του σχήματος με τα υπολογιστικά εργαλεία που προσφέρουν αυτοί οι μικρόκοσμοι γίνεται συνειδητά από το μαθητή επιλέγοντας εντολές από το περιβάλλον διεπαφής. Με αυτό τον τρόπο η σχεδίαση του σχήματος ακολουθεί τα βασικά σημεία – έννοιες της γεωμετρικής κατασκευής του.

Η δυνατότητα αυτή του περιβάλλοντος συνίσταται στο ότι έχει υλοποιηθεί με υπολογιστικά εργαλεία λογισμικού το μοντέλο της έννοιας-σχήμα, το οποίο ο υπολογιστής αναγνωρίζει ως "αντικείμενο" (object) (Strasser & Carponi, 1991). Επιπλέον, στο περιβάλλον αυτό, κάθε ενέργεια του μαθητή συνοδεύεται από **ψηφιακή γραφική ανατροφοδότηση**. Ο ρόλος της εικόνας έχει αναφερθεί ως υποστηρικτικός στη δημιουργία νοερών εικόνων οι οποίες θεωρούνται ότι αποτελούν βασικό στοιχείο της νοητικής ανάπτυξης του ατόμου (Sutherland, 1995). Ειδικότερα, επισημαίνεται η αλληλεπίδραση της εικόνας με την έννοια στην ανάπτυξη της γεωμετρικής λογικής (Mariotti, 1995).

Τα σχήματα λοιπόν που απεικονίζονται στην οθόνη του υπολογιστή είναι **άμεσα διαχειρίσιμα από το μαθητή** με χρήση του "συρσίματος", "drag mode" που είναι διαθέσιμο από το πρόγραμμα. Αυτό ακριβώς καλείται **δυναμικός χειρισμός**

Με τον δυναμικό χειρισμό των γεωμετρικών σχημάτων οι μαθητές είναι σε θέση να εξερευνήσουν, να πειραματιστούν και να χτίσουν αλληλεπιδραστικά την μαθηματική σκέψη. Τα περιβάλλοντα δυναμικού χειρισμού χαρακτηρίζονται από τρεις βασικές ιδιότητες: (Finzer & Jackiw, 1998)

- **Ο χειρισμός είναι άμεσος.** Ο χρήστης επιλέγει ένα στοιχείο του σχήματος και το «σύρει». Δεν αντιλαμβάνεται αυτή τη διαδικασία σαν επίδραση στο ποντίκι το οποίο με τη σειρά του επιδρά στο σχήμα, αλλά σαν επίδραση απευθείας στο σχήμα. Η γνωστική απόσταση μεταξύ αυτού που είναι στην οθόνη και των Μαθηματικών πίσω από αυτό είναι ελάχιστη και δεν είναι αναγκαία η μεσολάβηση κάποιου συστήματος αναπαράστασης για την επικοινωνία με το λογισμικό
- **Η κίνηση είναι συνεχής.** Οι αλλαγές πραγματοποιούνται καθώς σύρουμε αλλά τα γεωμετρικά αντικείμενα που αντιπροσωπεύονται στην οθόνη παραμένουν συνεκτικά και πλήρη και διατηρούν τις ιδιότητές τους. Ο χρήστης είναι σε θέση να δει όλες τις ενδιάμεσες καταστάσεις του αντικειμένου χωρίς στην κίνηση να παρεμβάλλονται αντιληπτά κενά ή «άλματα» των σημείων κατά την κίνηση.
- **Το περιβάλλον διεπαφής είναι «φυσικό» :** Η συμπεριφορά των γεωμετρικών αντικειμένων στην οθόνη προσομοιάζει με την συμπεριφορά των αντιστοίχων φυσικών αντικειμένων.

Τα χαρακτηριστικά των περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας

Όπως έχει τονιστεί και σε άλλο σημείο αυτής της εργασίας ένα εκπαιδευτικό λογισμικό κατάλληλο για μάθηση θα πρέπει να παρέχει:

- Υψηλού βαθμού αλληλεπιδραστικότητα
- Δυνατότητα άμεσης διαχείρισης μαθηματικών αντικειμένων
- Εικονική ανατροφοδότηση
- Αριθμητική ανατροφοδότηση
- Ποικιλία εργαλείων για εννοιολογική κατασκευή μαθηματικών εννοιών
- Εργαλεία κυμαινόμενης διαφάνειας για επίλυση ποικιλίας σημαντικών προβλημάτων
- Πολλαπλά αναπαραστασιακά συστήματα (εικονικά, γραφικές παραστάσεις, πινακοποίηση, εξισώσεις, υπολογισμοί)

- Εργαλεία βοήθειας
- Δυνατότητες επέκτασης

Λιγότερο ή περισσότερο όλα τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας πληρούν τις παραπάνω προϋποθέσεις. Συγκεκριμένα με τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας οι μαθητές έχουν την δυνατότητα να κατασκευάσουν ακριβή γεωμετρικά σχήματα που εύκολα μετασχηματίζονται σε άλλα με τους ίδιους περιορισμούς. Όλα παρέχουν τρόπους ακριβούς κατασκευής και μέτρησης των γεωμετρικών κατασκευών (σημεία, τμήματα, διανύσματα, τόξα και κύκλους) και μπορούν να επαναλάβουν μια κατασκευή. Τα αντικείμενα μπορούν να κινηθούν ελεύθερα και να «συρθούν» αλλάζοντας μορφή και συγχρόνως να διατηρούνται οι ιδιότητες, οι περιορισμοί και οι μεταξύ τους σχέσεις. Επιπλέον αυτά τα προγράμματα επιτρέπουν μετασχηματισμούς (μεταφορά, συμμετρία, περιστροφή, αυξομείωση) των σχημάτων ή τμήματος αυτών. Αυτοί οι μετασχηματισμοί είναι δυνατόν να οριστούν από τα σταθερά δεδομένα και τα δυναμικά δεδομένα. Για παράδειγμα η περιστροφή μιας γωνίας 45 μοιρών όπου ο προσανατολισμός της αλλάζει – δυναμικό – ενώ το μέτρο της παραμένει το ίδιο-σταθερό. Το λογισμικό επίσης επιτρέπει την απεικόνιση της τροχιάς της κίνησης ενός σημείου ή ενός σχήματος καθώς αυτό σύρεται στην οθόνη.

Επιπρόσθετα έχουν την δυνατότητα να “καταγράψουν” την ακολουθία ενεργειών που οδηγεί σε μια νέα κατασκευή και στη συνέχεια να χρησιμοποιήσουν αυτή την κατασκευή σαν εργαλείο μακροεντολής για να παραχθούν νέα σχήματα.

Με τις λειτουργίες αυτές μπορεί να υλοποιείται μια Μαθηματική γεωμετρική κατασκευή αυτόματα, όπως για παράδειγμα η διάμεσος ή η τομή των υψών ενός τριγώνου ή μια μακροεντολή κατασκευής της εφαπτομένης ενός κύκλου από σημείο εκτός αυτού μπορεί να χρησιμοποιηθεί αρκετές φορές ώστε να ολοκληρωθεί ένα συγκεκριμένο πολύπλοκο σχήμα. Τα προγράμματα δυναμικής γεωμετρίας με αυτό τον τρόπο δεν απομένουν στατικά αλλά εξελίσσονται παράλληλα με το χρήστη. Η δυνατότητα αυτή δίνει στο περιβάλλον μια δυναμική διάσταση διότι το εμπλουτίζει κάθε φορά με νέα εργαλεία τα οποία κατασκευάζονται από το χρήστη (δάσκαλο ή/και μαθητή). Τα εργαλεία αυτά μπορούν να τοποθετούνται μόνιμα ως νέες δυνατότητες στο περιβάλλον διεπαφής του μικρόκοσμου. Επίσης στο λογισμικό υπάρχουν συστατικά που συνδέουν σύνθετες γεωμετρικές κατασκευές με αναλυτικές εξισώσεις, αναπαραστάσεις σε καρτεσιανό σύστημα και γραφήματα συναρτήσεων. Οι κωνικές τομές επίσης εφαρμόζονται σε ένα τουλάχιστον λογισμικό.

Αναλυτικότερα ενώ τα προγράμματα αυτά διαφέρουν ως προς τα δυνατότητες που παρέχουν και τις τεχνικές σχεδίασης είναι όλα περιβάλλοντα δυναμικού χειρισμού

όπως προσδιορίστηκε παραπάνω και παρέχουν στο σύνολό τους τις εξής – κοινές-δυνατότητες:

- **Δυνατότητες Διαχείρισης Αρχείων(file menu)**
Άνοιγμα και κλείσιμο αρχείων, αποθήκευση και εκτύπωση των αρχείων
- **Δυνατότητες Επεξεργασίας Αντικειμένων(Edit menu)**
Αποκοπή, επικόλληση και αντιγραφή, συνολική επιλογή αντικειμένων και απαλοιφή τους, αναίρεση όχι μόνο της τελευταίας ενέργειας αλλά και αρκετών προηγούμενων. Σε αυτό το μενού το SketchPad συμπεριλαμβάνει και τα κινούμενα γραφικά, τα κουμπιά απόκρυψης και εμφάνισης και την δημιουργία αλληλοεξαρτήσεων των αντικειμένων με την δημιουργία Γονικών και Θυγατρικών Στοιχείων.
- **Δυνατότητες Μορφοποίησης των Αντικειμένων (View menu)**
Τα σχήματα είναι δυνατόν να μορφοποιηθούν ως προς το πάχος της γραμμής ή το χρώμα αλλά υπάρχει δυνατότητα απόκρυψης και εμφάνιση ολόκληρων σχημάτων ή τμημάτων τους προσφέροντας στον εκπαιδευτικό τη δυνατότητα να διαμορφώνει το επίπεδο υποστήριξης που προσφέρει στους μαθητές
- **Δυνατότητες κατασκευής όλων των βασικών γεωμετρικών αντικειμένων** (σημεία, ευθείες, ημιευθείες και ευθύγραμμα τμήματα, κύκλους, πολύγωνα, μέσο σημείο) αλλά και δυνατότητες κατασκευής παράλληλης και κάθετης ευθείας, τόξου κύκλου, Τα περισσότερα από αυτά έχουν ενσωματωμένες και βασικές κατασκευές όπως της μεσοκαθέτου ευθυγράμμου τμήματος, της διχοτόμου γωνίας ενώ άλλα – για παράδειγμα το SketchPad δεν τα παρέχουν ενθαρρύνοντας τους μαθητές να κάνουν τις κατασκευές αυτές με τρόπο που θα επινοήσουν και θα συμφωνεί με τις αρχές της Ευκλείδειας Γεωμετρίας. Τέλος είναι δυνατόν να δημιουργηθεί και το εσωτερικό πολυγώνου που είναι βασική προϋπόθεση για την μέτρηση του εμβαδού των σχημάτων.
- **Δυνατότητες μέτρησης** μήκους ευθυγράμμου τμήματος, μέτρου γωνίας, απόστασης οι οποίες απεικονίζονται στην οθόνη και αλλάζουν δυναμικά καθώς μετασχηματίζεται το σχήμα. Επίσης οι μετρήσεις είναι δυνατόν να πινακοποιηθούν.
- **Δυνατότητες γεωμετρικών μετασχηματισμών** Με τα λογισμικά αυτά είναι δυνατόν να πάρουμε τα είδωλα των αντικειμένων μέσα από γεωμετρικούς μετασχηματισμούς όπως η περιστροφή, η μεταφορά , η ανάκλαση- συμμετρία ως προς άξονα- , κεντρική συμμετρία , αυξομοίωση. Επίσης είναι δυνατόν να οριστούν περισσότερο πολύπλοκοι μετασχηματισμοί

που αποτελούν ακολουθία απλούστερων μετασχηματισμών και να αποθηκευτούν στο μενού ώστε να χρησιμοποιηθούν ξανά.

- **Δυνατότητα δημιουργίας κινούμενων γραφικών (animation)**
- **Ενσωματωμένο Καρτεσιανό Σύστημα** το οποίο παρέχει δυνατότητες υπολογισμού εξίσωσης ευθείας και κύκλου- το Cabri και κωνικών τομών- , κλίσης ευθείας, αποτύπωσης σημείων σε πλέγμα καρτεσιανών αλλά και πολικών συντεταγμένων και υπολογιστή ο οποίος εκτός από απλούς υπολογισμούς υποστηρίζει την συμβολική έκφραση των συναρτήσεων των οποίων επιθυμούμε να κατασκευάσουμε την γραφική παράσταση. Με αυτά τα εργαλεία τα λογισμικά αυτά υποστηρίζουν και δραστηριότητες Αναλυτικής Γεωμετρίας αλλά και Ανάλυσης μέσω της κατασκευής γεωμετρικών τόπων. Οι γεωμετρικοί τόποι υποστηρίζονται και από την δυνατότητα σχεδίασης ίχνους καθώς ένα σημείο ή ένα σχήμα μετακινείται στην οθόνη του υπολογιστή.
- **Δυνατότητα δημιουργίας μακροκατασκευών και μακροεντολών** οι οποίες σε ορισμένα έχουν τη μορφή script και οι οποίες αποθηκεύονται και επαναχρησιμοποιούνται

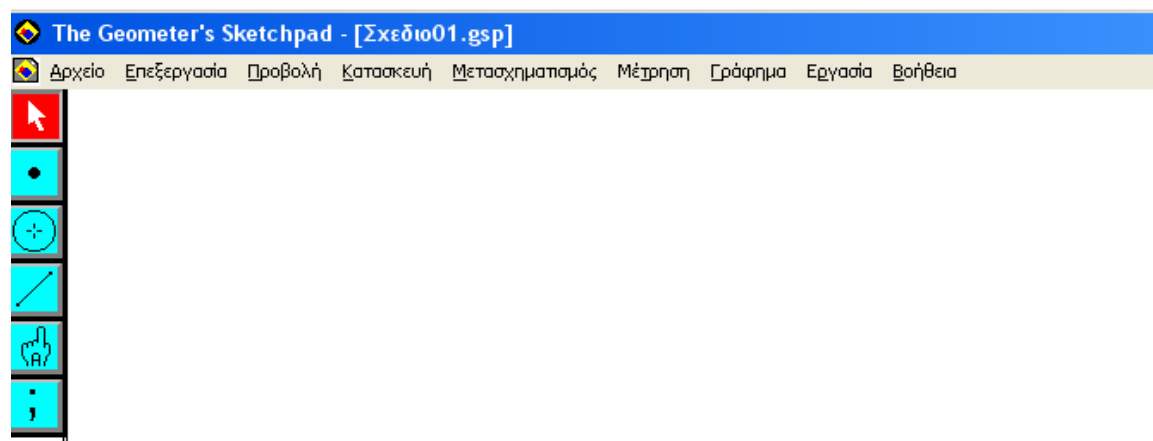
Τα αρχεία που παράγονται με κάθε ένα από αυτά τα εργαλεία είναι δυνατόν να αντιγραφούν στο clipboard και να αποθηκευτούν με ποικίλα formats.

Μια διαφορά που θα μπορούσαμε να εντοπίσουμε στα λογισμικά αυτά είναι στο περιβάλλον διεπαφής τους. Σε ορισμένα με κύριο εκπρόσωπο το SketchPad η διεπαφή επιτυγχάνεται μέσω drop down μενού με ένα κοινό προσδιοριστικό στοιχείο, για παράδειγμα **Μέτρηση** ή **Κατασκευή**. Σε άλλα όπως το Cabri το περιβάλλον είναι καθαρά εικονικό ενώ σε άλλα συνυπάρχουν και τα δύο.

Για παράδειγμα παρακάτω εμφανίζονται τα περιβάλλοντα διεπαφής των λογισμικών EUKLID Dynageo, SketchPad , Cabri, και του πρόσφατα εξελληνισμένου από τον Euclidraw. Θεωρείται αρετή για το περιβάλλον διεπαφής να είναι αφαιρετικό και για πολλούς η αποκλειστική χρήση εικονιδίων βοηθά στο να «παγκοσμιοποιηθεί» το λογισμικό και να μη χρειάζεται προσαρμογή του περιβάλλοντος διεπαφής στις εθνικές γλώσσες. Ίσως όμως να χρειάζεται και η παρέμβαση της γλώσσας δεδομένου ότι μερικές φορές η γλώσσα των εικονιδίων είναι αμφίσημη.



Η οθόνη του Euklid



Η οθόνη του GEOMETER'S SKETCHPAD

Περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας σήμερα υπάρχουν διαθέσιμα πάρα πολλά , πολλά σε ανοικτό κώδικα και πολλά ελεύθερα. Τα περισσότερο σύνθετα από αυτά εξακολουθούν να πωλούνται αν και συνεχώς εξελίσσονται. Από αυτά μπορούμε να αναφέρουμε τα **The Geometers SketchPad (Jackiw, 1993)** , **Cabri (Laborde 1994)** , και τα δύο εξελληνισμένα και στη διάθεση των ελληνικών σχολείων σχεδόν μια δεκαετία, **Cinderella** το οποίο ελέγχει και ορθότητα προτάσεων και υποστηρίζει και τη Γεωμετρία του χώρου, **Euclid DynaGeo**, **The Geometry Inventor**, **GEX-The Geometry Expert** , από την Κίνα, **Grace**, το οποίο επίσης υποστηρίζει έλεγχο της ορθότητας προτάσεων, **Geometric Supersupposer**, **Euklidraw** με εξαιρετικά πλούσιο μενού και δυνατότητες κατασκευής και ενσωμάτωσης νέων εργαλείων επιμόρφωσης του χρήστη με προγραμματισμό, ένα ολοκληρωμένο περιβάλλον προγραμματισμού, στο οποίο μπορείτε να γράψετε και να κατασκευάσετε πρόσθετα εργαλεία δικής σας επιμόρφωσης. Επίσης το **non Euclid** που υποστηρίζει τη μελέτη μη ευκλείδειων γεωμετριών και το **Tesselmania** το οποίο είναι λογισμικό δημιουργίας δυναμικών μωσαϊκών.

Τέλος τα **Javasketchpad** και **CabriJava** που είναι Java προγράμματα που μετατρέπουν αρχεία του Sketchpad ή του Cabri σε προγράμματα τα οποία είναι

δυνατόν να δημοσιευτούν και να γίνουν αντικείμενα αλληλεπιδραστικής χρήσης στο Διαδίκτυο

4.2 Η αξία των προγραμμάτων Δυναμικής Γεωμετρίας για την διδασκαλία της Γεωμετρίας και των Μαθηματικών γενικότερα

Η χρήση των περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας συνεπάγεται σημαντικά οφέλη για τη διδασκαλία των Μαθηματικών και ειδικά της Γεωμετρίας δεδομένου ότι παρέχουν ένα εργαλείο ακριβούς κατασκευής για κάθε κατασκευή που θα μπορούσε να γίνει με κανόνα και διαβήτη στην Ευκλείδεια Γεωμετρία και κάθε σχήμα που είναι δυνατόν αν προκύψει από την εφαρμογή γεωμετρικών μετασχηματισμών σε μια ευκλείδεια κατασκευή. Επίσης κατασκευάζουν κάθε γεωμετρικό τόπο ενός αντικειμένου ή συνόλου αντικειμένων που προκύπτει όταν ένα μέρος της κατασκευής κινείται σε κάποια τροχιά. Η ακρίβεια των γεωμετρικών σχημάτων και των μετρήσεων είναι από τα βασικότερα χαρακτηριστικά της διδασκαλίας της Γεωμετρίας και σε όλους τους μαθηματικούς είναι γνωστή η δύναμη ενός σχήματος για την γεωμετρία και τις αποδείξεις της. Επίσης όμως είναι γνωστοί οι κίνδυνοι που εμπεριέχονται στα σχήματα – γίνονται υποθέσεις που δεν τεκμηριώνονται, περιπτώσεις παραλείπονται ή παράλογα αποτελέσματα προκύπτουν εξ αιτίας ενός λανθασμένου σχήματος (Παράδειγμα ότι όλα τα τρίγωνα είναι ισοσκελή). Υπάρχει λοιπόν ανάγκη όχι μόνο για ένα ακριβές σχήμα αλλά και για πολλά σχήματα ώστε να καλυφθούν όσες το δυνατόν περισσότερες εκφάνσεις της υπόθεσης του προβλήματος. Με τον κανόνα και τον διαβήτη αυτό προϋποθέτει μεγάλη σπατάλη χρόνου και πάλι είναι δυνατόν τα σχήματα να μην είναι απολύτως ακριβή. Με τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας ένας ερευνητής θα κατασκεύαζε ένα ακριβές σχήμα με τους περιορισμούς της υπόθεσης και σχεδόν αυτόματα θα εμφανιστεί μια άπειρη κλάση ισοδυνάμων σχημάτων με τον δυναμικό χειρισμό μιας μόνο κορυφής. Βέβαια και η ακρίβεια του «ηλεκτρονικού» σχήματος υπόκειται πάντα στους περιορισμούς των υπολογιστικών δυνατοτήτων του υπολογιστή, της ανάλυσης της οθόνης, της δυνατότητας αριθμητικής αναπαράστασης και την πιστότητα του εκτυπωτή. Άλλωστε μερικές φορές η ακρίβεια του σχήματος είναι δυνατόν να ελαττωθεί από την μέθοδο που θα επιλεγεί για την κατασκευή ή από ενοχλητικούς ιούς που ενδεχομένως να εμφανιστούν σε ένα τόσο περίπλοκο λογισμικό.

Οι Goldenberg & Cuoco (1998) διερευνώντας την φύση των προγραμμάτων Δυναμικής Γεωμετρίας, επισημαίνουν ότι ένα κοινό χαρακτηριστικό τους είναι ότι τα γεωμετρικά σχήματα είναι δυνατόν να κατασκευαστούν με τη διασύνδεση των

συστατικών τους στοιχείων. Ένα τρίγωνο για παράδειγμα είναι δυνατόν να κατασκευαστεί με την σύνδεση τριών ευθυγράμμων τμημάτων. Αυτό το τρίγωνο όμως δεν θα είναι ένα **μοναδικό και στατικό αντικείμενο** αλλά ένα **πρότυπο** όλων των δυνατών τριγώνων. Επιλέγοντας μια κορυφή του τριγώνου και μετακινώντας τη το μήκος και ο προσανατολισμός των δύο πλευρών που συναντώνται σε αυτή την κορυφή θα μεταβάλλονται συνεχώς.

Αυτή η δυνατότητα εξερεύνησης της δυναμικής συμπεριφοράς των γεωμετρικών σχημάτων με την μετακίνηση των στοιχείων τους επιτρέπει να προσδιοριστούν τα σταθερά και τα μεταβλητά από αυτά. Τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας τα οποία βασίζονται στον άμεσο χειρισμό των αντικειμένων προσφέρουν ένα μικρόκοσμο μέσα στον οποίο τα θεωρητικά αντικείμενα και οι σχέσεις τους – συχνά ιδιαίτερα σύνθετα εννοιολογικά – είναι δυνατόν να οπτικοποιηθούν και να γίνουν αντικείμενο «φυσικού» χειρισμού. Αυτού του είδους τα περιβάλλοντα είναι πιθανόν να επιτρέπουν στους μαθητές να κατασκευάσουν τη γνώση τους μέσω της δράσης και όχι μόνο με απομνημόνευση. Για παράδειγμα ένας γεωμετρικός μετασχηματισμός όπως η κεντρική συμμετρία είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί σαν εννοιολογικό εργαλείο κατασκευής ενός παραλληλογράμμου. Τα περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας αναδεικνύουν τότε τις δυνατότητες της κεντρικής συμμετρίας σε δύο πεδία : το επιχειρησιακό σαν εργαλείο κατασκευής και το γενικό σαν θεωρητικό εργαλείο. Η συμμετρία του παραλληλογράμμου στο περιβάλλον χαρτί – μολύβι κυρίως βοηθά την απόδειξη ενώ στο περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να πειραματιστούν με την συμμετρία του παραλληλογράμμου πριν την χρησιμοποιήσουν για αποδεικτικούς σκοπούς.

Οι Lehrer, Jenkins και Osana (1998) κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι τα παιδιά στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού συχνά χρησιμοποιούν την μορφή σαν δικαιολογία για την ομοιότητα μεταξύ γεωμετρικών σχημάτων. Για παράδειγμα ένα μη κυρτό τετράπλευρο το αντιλαμβάνονται σαν όμοιο με το τρίγωνο γιατί «αν σύρεις τον πάτο του τετράπλευρου προς τα κάτω θα σχηματιστεί τρίγωνο» (p. 142) . Το γεγονός ότι οι ερευνητές αυτοί επισήμαναν τόσο φυσικά στιγμιότυπα νοητικού μετασχηματισμού των σχημάτων ενισχύει την άποψη πως αν εξοπλίσουμε τα παιδιά με ένα μέσο που πράγματι μπορεί να υλοποιήσει αυτούς τους δυναμικούς μετασχηματισμούς θα τα κάνουμε πιο ικανά να διαχειριστούν τις αντίστοιχες έννοιες

Συχνά οι μαθητές μαθαίνοντας μαθηματικά συγκρίνουν διακριτά και συνεχή φαινόμενα σταθερότητας και μεταβολής. Τα εργαλεία που τους δίνουμε για να σκεφθούν για αυτές τις αντίθετες ιδέες όμως, σπανίως καταφέρνουν να γεφυρώσουν το χάσμα μεταξύ τους. Δείχνοντάς τους ένα σχήμα στον πίνακα τους δίνουμε μόνο ένα μεμονωμένο παράδειγμα μιας μαθηματικής ιδέας. Σε αυτό το σχήμα κάποιος

ίσως διαπιστώνει την ισχύ ή όχι μιας συνθήκης ή μιας ιδιότητας αλλά όχι και το πώς ή το γιατί αυτό συμβαίνει ή πότε ίσως δεν θα ισχύει πλέον. Συνήθως οι εκπαιδευτικοί συνεχίζουν δίνοντας μια συμβολική έκφραση που γενικεύει όλες τα δυνατά συσχετιζόμενα αποτελέσματα. Δε είναι όμως προφανής μέσα από αυτόν το συμβολισμό η μαθηματική ποικιλομορφία που κωδικοποιεί. Ο δυναμικός χειρισμός γεφυρώνει αυτό το χάσμα. Όταν οι μαθητές μεταβάλλουν μια παράμετρο μιας έννοιας απευθείας βλέπουν και ακόμα και γενικεύουν ένα σχεδόν άπειρο πλήθος από συνεχώς συσχετιζόμενα παραδείγματα της έννοιας. Το σχήμα τους δεν είναι πλέον παράδειγμα αλλά μέσω του δυναμικού χειρισμού πλησιάζει την γενική περίπτωση.

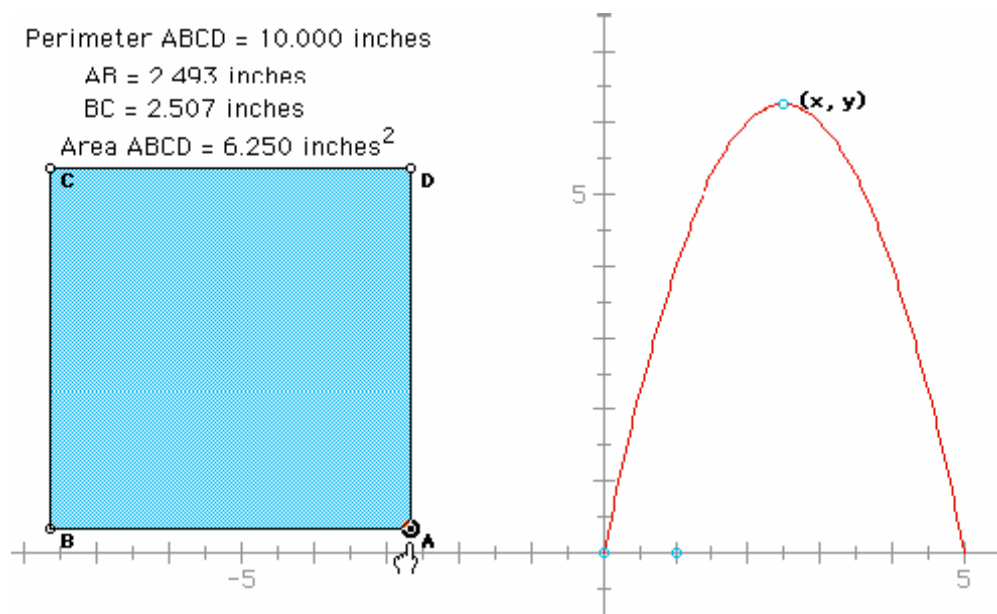
Καθώς «σύρεις» ένα αντικείμενο στην οθόνη τα συνδεδεμένα με αυτό αντικείμενα μεταβάλλονται μαζί με το πρότυπο. Μερικές φορές οι μαθητές αντιλαμβάνονται αυτές τις συνδέσεις σαν εξαρτήσεις. Αυτές οι ενοράσεις χαρακτηρίζουν τα μαθηματικά σαν την επιστήμη των σχέσεων. Και ο δυναμικός χειρισμός παρέχει εργαλεία για να βιώσουμε και να διερευνήσουμε αυτές τις σχέσεις. Τέλος ο δυναμικός χειρισμός οδηγεί σε ενίσχυση της προδιάθεσης απέναντι στην θεώρηση οριακών καταστάσεων στα Μαθηματικά ξεπερνώντας τους καταρχήν επιβεβλημένους περιορισμούς και γενικεύοντας σε ευρύτερα πεδία.

Όπως προαναφέραμε τα προγράμματα Δυναμικής Γεωμετρίας παρέχουν την δυνατότητα εμπλουτισμού τους με **επιπλέον εντολές - γεωμετρικές κατασκευές (μακροκατασκευές)** τις οποίες μπορεί να δημιουργεί ο χρήστης. Οι εντολές αυτές μπορούν να τοποθετούνται μονίμως νέες δυνατότητες στο περιβάλλον διεπαφής του μικρόκοσμου. Με τις εντολές αυτές μπορεί να υλοποιείται μια μαθηματική γεωμετρική κατασκευή όπως για παράδειγμα η τομή των διχοτόμων ή των υψών ενός τριγώνου. Αυτή η κατασκευή φυλάσσεται από τον υπολογιστή ως μια γενική διαδικασία η οποία είναι δυνατόν να επαναληφθεί και σε άλλα σχήματα του ίδιου τύπου με τα αρχικά. Με αυτόν τον τρόπο η γεωμετρική κατασκευή διατηρείται ενώ το σχήμα μπορεί να μεταβάλλεται. Επιπλέον, *το ιστορικό της γεωμετρικής κατασκευής αποθηκεύεται βήμα προς βήμα* δίνοντας νέες δυνατότητες διαμεσολάβησης μεταξύ δασκαλού και μαθητή. Εφοδιάζοντας τους μαθητές με έτοιμα script-tools (στο Sketchpad) or macros (στο Cabri) είναι επίσης ένας τρόπος να ξεπεραστούν οι περιορισμοί της έλλειψης προηγούμενης γνώσης. Με αυτό τον τρόπο οι εκπαιδευτικοί μπορούν να εμπλέξουν τους μαθητές τους σε δραστηριότητες που θα τους οδηγήσουν σε υψηλότερα επίπεδα σκέψης. Είναι επίσης ένας τρόπος οι εκπαιδευτικοί να αντιληφθούν τις νοητικές δράσεις των μαθητών τους καθώς και τα γνωστικά εμπόδια που συναντούν αν παρατηρήσουν τις ενέργειες τους «μαγνητοσκοπημένες» σε ένα αρχείο εντολών (του Sketchpad για παράδειγμα)

Τα λογισμικά λοιπόν της Δυναμικής Γεωμετρίας είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν για την δημιουργία ενδιαφερόντων φαινομένων τα οποία δεν είναι αναμενόμενα από τους μαθητές. Αποτελούν ένα μέσο με το οποίο η διατύπωση και ο έλεγχος των υποθέσεων μετατρέπεται σε εργαστηριακή επιστήμη. Οι δραστηριότητες πρόβλεψης είναι πολύ ενδιαφέρουσες : ο μαθητής ίσως διαπιστώσει την ανεπάρκεια των προσδοκιών του όταν συγκρίνει την πρόβλεψή του με το αποτέλεσμα που παρατηρεί στον υπολογιστή. Για παράδειγμα τι θα συμβεί στο είδωλο εκ μεταφοράς ενός πολυγώνου όταν μετακινήσουμε το άνυσμα μεταφοράς; Ή πώς να τροποποιήσουμε το άνυσμα μεταφοράς ώστε να εφάπτεται ένας κύκλος με το εκ μεταφοράς είδωλό του; Στο "Geometry Turned On" (1997) οι King και Schattschneider, παρέχουν αρκετά παραδείγματα επιτυχών προσπαθειών αξιοποίησης των Λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας στην διδασκαλία των μαθηματικών.

Ο De Villiers (1994), επισημαίνει ότι για να « μάθουν οι μαθητές τη σπουδαιότητα και τον σκοπό του προσεκτικού ορισμού πρέπει να τους δοθεί η ευκαιρία να εμπλακούν σε διαδικασία απόδοσης ορισμού και οι ίδιοι (Goldenberg and Cuoco, 1998, p. 357). Οι Cuoco and Goldenberg (1997) βλέπουν την Δυναμική Γεωμετρία σαν μια «γέφυρα» μεταξύ της Ευκλείδειας Γεωμετρίας και της Ανάλυσης. Η Ανάλυση επισημαίνουν, πού είναι η μελέτη της αλλαγής στα μαθηματικά, είναι προτιμότερο να διδάσκεται με τρόπο που αντικατοπτρίζει τον δυναμικό χαρακτήρα των αντικειμένων μελέτης της. Με τα παραδοσιακά μέσα διδασκαλίας αυτό δεν είναι εύκολο ενώ οι δυνατότητες της οθόνης και της ταχύτητας του υπολογιστή δίνουν τη δυνατότητα για την υλοποίηση δραστηριοτήτων που αναπαριστούν και διερμηνεύουν αποτελεσματικά τις έννοιες της ανάλυσης. Άλλωστε πολλά από τα ζητήματα της ανάλυσης αναπαριστώνται οπτικά με χρήση της Γεωμετρίας ή της Αναλυτικής Γεωμετρίας. Δεν είναι λοιπόν περίεργο το γεγονός ότι τα προγράμματα αυτά αξιοποιούνται για την διδασκαλία και της ανάλυσης .

Τόσο το Cabri II όσο και το Sketchpad προσφέρουν τη δυνατότητα της σχεδίασης ίχνους για τα σημεία, τα ευθύγραμμα αντικείμενα και τους κύκλους. Ο γεωμετρικός τόπος ενός κινούμενου σημείου κατασκευάζεται σαν αντικείμενο. Αυτό το χαρακτηριστικό δίνει στον χρήστη την δυνατότητα να δημιουργήσει απευθείας σύνδεση μεταξύ της γεωμετρικής αναπαράστασης ενός μεταβαλλόμενου φαινομένου και την αναπαράσταση των συμμεταβαλλομένων ποσοτήτων σε ένα σύστημα συντεταγμένων.



Σαν παράδειγμα θεωρήστε την διερεύνηση της μεταβολής του εμβαδού ενός ορθογωνίου με σταθερή περίμετρο. Η περίμετρος, το μήκος της πλευράς AB και της BC και το εμβαδόν του ορθογωνίου έχουν μετρηθεί. Στη συνέχεια ένα σημείο με συντεταγμένες το μήκος της AB και το εμβαδόν του ορθογωνίου έχει απεικονιστεί στο Καρτεσιανό επίπεδο. Το ίχνος αυτού του σημείου γίνεται αντικείμενο διερεύνησης καθώς το μήκος του AB μεταβάλλεται με άμεσο χειρισμό της κορυφής A. Στην εικόνα εμφανίζεται ο γεωμετρικός τόπος του σημείου (x, y) καθώς μεταβάλλεται το μήκος AB. Το ορθογώνιο με το μέγιστο εμβαδόν είναι προφανώς εκείνο με ίσα μήκος και πλάτος δηλαδή το τετράγωνο. Το γεγονός ότι οι μετρήσεις των μεγεθών δεν είναι ακριβώς ίσες μπορεί να οδηγήσει σε μια ενδιαφέρουσα συζήτηση και μια ανάγκη να αποδειχθεί με αλγεβρικό τρόπο ότι το μέγιστο εμβαδόν είναι πράγματι στο τετράγωνο.

Επίσης η δυνατότητα των προγραμμάτων Δυναμικής Γεωμετρίας να καταγράφει βήμα-βήμα το ιστορικό των ενεργειών του χρήστη αποτελεί ένα επιπλέον ισχυρό εργαλείο για το δάσκαλο, το μαθητή αλλά και τον ερευνητή, προκειμένου να βγάλουν συμπεράσματα για τη διαδικασία της μάθησης η οποία πιθανό συντελέστηκε σε αυτό το περιβάλλον και ως εκ τούτου δίνει νέες δυνατότητες διαμεσολάβησης μεταξύ δάσκαλου και μαθητή (Mariotti & Bussi, 1998).

Στα περιβάλλοντα αυτά είναι δυνατό ο μαθητής να προσεγγίζει γεωμετρικά θέματα με έναν ποιοτικό τρόπο δηλαδή χωρίς τη χρήση αριθμών. Αυτή η δυνατότητα τον βοηθά να προσεγγίσει αρχικά τις έννοιες ποιοτικά και στη συνέχεια να προχωρήσει σε ποσοτικές προσεγγίσεις.

Χωρίς να διαθέτουν ένα σύστημα ελέγχου της ορθότητας των απαντήσεων του μαθητή του παρέχει εργαλεία (εικονική και αριθμητική ανατροφοδότηση) τα οποία μπορεί να χρησιμοποιήσει για αυτοδιόρθωση.

Επιτρέπουν στο δάσκαλο να αποφασίσει την κατάλληλη διάταξη των περιεχομένων, έτσι ώστε να εμφανίζονται μόνο τα σχετικά με την εκάστοτε εφαρμογή εργαλεία .

4.2.1 Για ποιες χρήσεις ενδείκνυται η χρήση των προγραμμάτων Δυναμικής Γεωμετρίας;

Παρακάτω ακολουθεί σύντομη περιγραφή των δυνατών χρήσεων της τεχνολογίας περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας στη διδασκαλία των μαθηματικών που κατά τη γνώμη μας αποκαλύπτει τη σπουδαιότητα του σχεδιασμού των στόχων για τους οποίους θα χρησιμοποιηθεί ο υπολογιστής

- **Ακριβής κατασκευή σχημάτων** όπως αναλύθηκε παραπάνω

- **Οπτική αναπαράσταση εννοιών**

Σαν εργαλείο επίδειξης μέσα στην τάξη, τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας παρέχουν στους μαθητές τη δυνατότητα να **δουν** το αυτό που υπονοείται από τη διατύπωση μιας γενικής πρότασης. Οι οπτικές αναπαραστάσεις βοηθούν σημαντικά στην κατανόηση των εννοιών. Σύμφωνα με τον Vinner(1991) όταν αναφερόμαστε σε μια έννοια συνήθως ενεργοποιούμε ένα σύνολο οπτικών εικόνων και ιδιοτήτων που έχουμε στο μυαλό μας για την έννοια. Αυτή η ενεργοποιημένη εικόνα είναι πιθανό αν συμπεριλαμβάνει τόσο τις κρίσιμες όσο και τις μη κρίσιμες ιδιότητες της έννοιας (Χρίστου και Πίττα- Πανατζή, 2004). Για παράδειγμα όταν οι μαθητές κατασκευάζουν ένα ισοσκελές τρίγωνο, σύροντας το τρίγωνο με το ποντίκι τους είναι δυνατόν να αντιληφθούν ότι το σχήμα αλλάζει μορφή διατηρεί όμως τις κρίσιμες ιδιότητες. Ή ένα συνεχώς μετασχηματιζόμενο τρίγωνο στην οθόνη του υπολογιστή είναι πιθανόν να επικεντρώσει την προσοχή των μαθητών στο γεγονός ότι το εμβαδόν του είναι συνάρτηση του μήκους πλευράς του και του αντίστοιχου ύψους του. Αυτό καθιστά την οπτική αναπαράσταση ένα εργαλείο για την επίλυση προβλημάτων. Εκτός αυτού όμως, το γεγονός ότι με τα περιβάλλοντα αυτά οι μαθητές είναι σε θέση να κατασκευάσουν, αναθεωρήσουν και συνεχώς να μεταβάλλουν και να αναδιαμορφώνουν τα γεωμετρικά σχήματα τους επιτρέπει να έχουν άμεση συνεχή και ακριβή αναδιαμόρφωση των προσωπικών τους αναπαραστάσεων για μια έννοια. Ο James Morrow **στο Dynamic Visualization from Middle School through College,**(Στο "Geometry Turned On" (1997) των King και Schattschneider) δίνει αρκετά παραδείγματα του πως οι αφηρημένες έννοιες της σταθεράς και της μεταβλητής αλλά και της συνάρτησης αποκτούν νόημα

για τους μαθητές μέσω της οπτικής αναπαράστασης. Οι Albert A. Cuoco και E. Paul Goldenberg στο [Dynamic Geometry as a Bridge from Euclidean Geometry to Analysis](#) (Στο **Geometry Turn-On**, των King και Schattschneider) παρατηρούν ότι

Με το να δίνουμε στους μαθητές την ευκαιρία να διερευνούν με άμεσο χειρισμό – χωρίς δηλαδή την παρεμβολή αλγεβρικών υπολογισμών, την συνεχή μεταβολή και αναδιαμόρφωση των γεωμετρικών σχημάτων επιτρέπουμε να δημιουργήσουν νοητικές δομές που είναι χρήσιμες αν όχι απαραίτητες για την απόκτηση αναλυτικής σκέψης.

Ενώ η Catherine A. Gorini στο [Dynamic Visualization in Calculus](#), στο ίδιο βιβλίο αναφέρει περιπτώσεις μαθητών οι οποίοι στο μάθημα της ανάλυσης χρησιμοποιώντας περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας προσέγγισαν μέσω των συνεχώς μεταβαλλόμενων σχημάτων τις σχέσεις μεταξύ ποσοτήτων σε προβλήματα μεγίστου-ελαχίστου και αναλογιών

▪ **Εξερεύνηση και ανακάλυψη**

Η δημιουργία και η διερεύνηση εικασιών που αφορούν σε μαθηματικά αντικείμενα είναι η ψυχή και το σώμα του **κάνω μαθηματικά** (Schwartz, 1999). Με την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας στο μάθημα της Γεωμετρίας οι μαθητές ακούν ορισμούς και θεωρήματα και παρακολουθούν την θεωρητική απόδειξη των θεωρημάτων καθώς και την επίλυση παραδειγματικών ασκήσεων. Δεν βιώνουν ούτε την ανακάλυψη των σχέσεων μεταξύ των γεωμετρικών οντοτήτων ούτε ανακαλύπτουν οτιδήποτε μαθηματικό. Τα περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας είναι ιδιαίτερος κατάλληλα για εξερεύνηση και ανακάλυψη – είτε ελεύθερη είτε καθοδηγούμενη. Η χρήση αυτών των περιβαλλόντων επιτρέπει στους μαθητές να ελέγξουν τις αντιλήψεις τους και τις υποθέσεις που έχουν κάνει σχετικά με μια μαθηματική έννοια με ένα τρόπο οπτικό, αποτελεσματικό και δυναμικό και στην πορεία να εμπλακούν περισσότερο στη προσωπική τους μάθηση. Οι μαθητές έχουν στη διάθεσή τους ένα μικρόκοσμο με τον οποίο μπορούν να πειραματιστούν, να μεταβάλλουν γεωμετρικά σχήματα δυναμικά και να παρατηρήσουν τι μεταβάλλεται και τι μένει σταθερό. Οι μαθητές εξοικειώνονται νωρίς με την τέχνη της μαθηματικής δημιουργίας και ανακάλυψης, αφού προσφέρονται άφθονες ευκαιρίες για εξερεύνηση, διατύπωση εικασιών, ανασκευής και επαναδιατύπωσης αυτών και τελικού ελέγχου με κατασκευή αποδείξεων.

▪ **Απόδειξη**

Αν και τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας δεν είναι από το σχεδιασμό τους σε θέση να παρέχουν αποδείξεις, οι πειραματικές ενδείξεις που παρέχουν παράγουν ισχυρή βεβαιότητα που κινητοποιεί την επιθυμία για απόδειξη. Η βεβαιότητα είναι

απαραίτητη για να καταπιαστεί κάποιος με το πολλές φορές δύσκολο έργο της απόδειξης και επίσης η χρήση του λογισμικού ενδεχομένως να επιτρέπει θεώρηση της γεωμετρικής συμπεριφοράς των αντικειμένων που θα βοηθήσει στη απόδειξη. Δυσδιάκριτες σχέσεις μεταξύ των εννοιών και των αντικειμένων είναι αναμενόμενο να αναδειχθούν με τη χρήση δυναμικών περιβαλλόντων.

▪ **Μετασηματισμοί**

Τα Προγράμματα Δυναμικής Γεωμετρίας έχουν την δυνατότητα να μετασηματίσουν άμεσα τα γεωμετρικά σχήματα. Οι μαθητές όντας μάρτυρες αυτών των αλλαγών σε μέγεθος και θέση των σχημάτων αντιλαμβάνονται ότι οι συναρτήσεις δεν είναι απλά συμβολικές εκφράσεις.

Η Doris Schattschneider δείχνει στο [Visualization of Group Theory Concepts With Dynamic Geometry Software](#), στο Geometry Turn-On, των King και Schattschneider, ότι οι σπουδαστές μπορούν οπτικά να ελέγξουν ιδιότητες της σύνθεσης στη θεωρία των συνόλων όπως η αντιστροφή, ενώ ο James M. Parks στο [Identifying Transformations by their Orbits](#), περιγράφει πως οι μαθητές μπορούν να προσδιορίσουν το είδος του μετασηματισμού από την παραγωγή μιας ακολουθίας των σημείων της τροχιάς του.

▪ **Γεωμετρικοί τόποι**

Ένα από ενσωματωμένα χαρακτηριστικά των περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας είναι η δυνατότητα «χάραξης» ενός γεωμετρικού τόπου και της επίδειξης του τρόπου με τον οποίο ένας γεωμετρικός τόπος δημιουργείται. Είναι χαρακτηριστικό ότι εκτός από τους πολύ απλούς τόπους τα περισσότερα βιβλία γεωμετρίας αποφεύγουν αυτή τη περιοχή γιατί ως αντικείμενο θεωρείται πολύ δύσκολο για τα παιδιά. Στο περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας όμως ο γεωμετρικός τόπος αναπαρίσταται εύκολα και προκαλεί το ενδιαφέρον και την εμπλοκή των μαθητών. Επίσης χρησιμοποιείται για τη γραφική αναπαράσταση σχέσεων συνδέοντας τις έννοιες της Ευκλείδειας με την Αναλυτική Γεωμετρία.

▪ **Προσομοιώσεις**

Τα χαρακτηριστικά των περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας όπως το σύρσιμο, τα κινούμενα γραφικά, η δημιουργία γεωμετρικών τόπων και η τυχαία δημιουργία σημείων προσφέρουν πολλές ευκαιρίες προσομοίωσης μιας ποικιλίας καταστάσεων.

▪ **Μικρόκοσμοι**

Τα περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας προσφέρουν ένα περιβάλλον στο οποίο η Γεωμετρία είναι δυνατόν να εξερευνηθεί. Οι Laborde και Jackiw στο **Geometry Turn On** συζητούν πως είναι δυνατόν να συνδυαστούν τα Cabri και SketchPad για τη δημιουργία ενός κόσμου του Poincare στην Υπερβολική Γεωμετρία. Ο Jackiw επίσης συζητά πως είναι δυνατόν να δημιουργηθούν με τη χρήση των scripts –ή των

macros στην περίπτωση του Cabri – νέα εργαλεία που ίσως αντικαταστήσουν τα Ευκλείδεια εργαλεία και επιτρέψουν μια πλήρη εξερεύνηση στη Γεωμετρία.

4.3 Είναι τα περιβάλλοντα αυτά πανάκεια για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας;

Το λογισμικό δυναμικής Γεωμετρίας έχει σημαντική επίπτωση στη διδασκαλία όπου εφαρμόζεται. Αν και δεν ήταν στις προθέσεις των δημιουργών του έχει εξελιχθεί και σε εργαλείο έρευνας για μαθηματικούς και φυσικούς. Είναι προφανές ότι η εμφάνιση αυτού του είδους του λογισμικού έθεσε νέα ερωτήματα για την διδασκαλία και την έρευνα αλλά και ότι η εξέλιξή του θέτει ερωτήματα σχετικά με το σχεδιασμό του. Κατά το σχεδιασμό της διδασκαλίας με χρήση της τεχνολογίας ο εκπαιδευτικός ίσως να μην είναι δυνατόν να προβλέψει το αποτέλεσμα της μαθησιακής διαδικασίας σε αντίθεση με το ότι συμβαίνει σε ένα παραδοσιακό εκπαιδευτικό περιβάλλον. Σύμφωνα με την υπόθεση μάθησης ή τις αντιλήψεις του εκπαιδευτικού η διδακτική δραστηριότητα μπορεί να οδηγήσει σε ποικίλες αποκλίσεις. Αντιδιαστέλλουμε δύο ακραίες περιπτώσεις: Η κονστρακτιβιστική προσέγγιση σύμφωνα με την οποία οι μαθητές μαθαίνουν όταν αντιμετωπίζουν στόχους για τους οποίους οι μαθηματικές έννοιες είναι αποτελεσματικά εργαλεία επίλυσης και η ανάδραση που προέρχεται από την κατάσταση ίσως να ευνοεί περισσότερο την εξέλιξη των στρατηγικών επίλυσης του μαθητή παρά η επιβράβευση από τον δάσκαλο. Σε αυτό το πλαίσιο η ανάδραση που προσφέρουν τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας είναι πλούσια δεδομένου ότι επιτρέπουν την αλληλεπίδραση μεταξύ θεωρητικών και οπτικών εκφάνσεων της Γεωμετρίας. Σε αυτή την περίπτωση ο εκπαιδευτικός εναπόκειται πάρα πολύ στην ανάδραση του υπολογιστή ή δίνει πολύ χώρο σε δραστηριότητες που προϋποθέτουν τη χρήση του υπολογιστή και ανεβάζουν βαθμιαία το επίπεδο πολυπλοκότητας. Αντίθετα, στην προσέγγιση της παραδοσιακής διδασκαλίας ο εκπαιδευτικός υποτιμά την πολυπλοκότητα του στόχου και το χρόνο που χρειάζεται ο μαθητής να λύσει το στόχο. Υπερεκτιμά την ικανότητα του μαθητή να διερμηνεύσει την ανάδραση που προσφέρεται από τον υπολογιστή και δεν στηρίζεται καθόλου στη χρήση του υπολογιστή. Δίνει στους μαθητές στόχο να σχεδιάσουν και στο χαρτί και στο λογισμικό.

4.4 Logo ή Δυναμική Γεωμετρία;

Ο Papert (1980) έκανε μια ισχυρή υπόθεση για το πώς η «Γεωμετρία της χελώνας» - προσβάσιμη με απλές εντολές της γλώσσας Logo - είχε στενή σχέση με τις ίδιες τις κινήσεις των παιδιών όταν κινούνται στο χώρο. Οι Balacheff and Sutherland (1994)

επισήμαναν σημαντικές διαφορές μεταξύ του μαθησιακού περιβάλλοντος που είναι δυνατόν να δημιουργηθεί χρησιμοποιώντας τον υπολογιστή και τη γλώσσα Logo, και των περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας. Παρόλο που τα παιδιά είναι σε θέση να αναπαραστήσουν στην οθόνη του υπολογιστή τις διαδρομές τις χελώνας που επιθυμούν το προγραμματιστικό περιβάλλον διεπαφής είναι συμβολικό και απαιτεί από το παιδί να «κωδικοποιήσει» με κάποιο τρόπο τις κινήσεις του – ή τις κινήσεις της χελώνας – με τη χρήση λέξεων και αριθμών. Αυτή η κωδικοποίηση είναι βασικό χαρακτηριστικό του μαθησιακού περιβάλλοντος της Logo και προϋποθέτει μια τυποποίηση της γνώσης. Αντίθετα τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας επιτρέπουν τον άμεσο χειρισμό των αντικειμένων στην οθόνη του υπολογιστή με την κίνηση του ποντικιού και δεν προϋποθέτουν τη μεσολάβηση ενός συστήματος συμβόλων.

Οι Balacheff & Sunderland (1994) επισημαίνουν ότι το περιβάλλον διεπαφής του υπολογιστή δεν είναι δυνατόν να διαχωριστεί απόλυτα από την εσωτερική αναπαράσταση μιας έννοιας στο μυαλό του μαθητή. Αυτό που ο μαθητής εξερευνά είναι συγχρόνως και η δομή των αντικειμένων και οι σχέσεις τους και η αναπαράσταση με την οποία τα προσεγγίζει. Με αυτή την έννοια ο άμεσος χειρισμός που είναι χαρακτηριστικό των λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας επιτρέπει την έλλειψη μεσολάβησης οποιουδήποτε μέσου μεταξύ της νόησης του μαθητή και του γεωμετρικού αντικειμένου αυτού καθαυτού. Έτσι το μαθησιακό περιβάλλον της Logo και των προγραμμάτων Δυναμικής Γεωμετρίας διαφέρουν τόσο στα διαθέσιμα αντικείμενα και λειτουργίες όσο και στον τρόπο αλληλεπίδρασης του χρήστη με αυτά. Δεν είναι ανάγκη να χαρακτηριστεί το ένα καλύτερο από το άλλο αλλά υπάρχει μια διαφορετική πολυπλοκότητα σε κάθε περιβάλλον και η μαθησιακή διαδικασία που υποστηρίζεται από κάθε ένα από αυτά είναι πιθανό να οδηγήσει στη δημιουργία διαφορετικών νοημάτων.

Κεφάλαιο 5^ο

Η γεωμετρική απόδειξη και η αναγκαιότητά της σαν κεντρικό στοιχείο της διδασκαλίας της Γεωμετρίας

Οι εκπαιδευτικοί διαφωνούν ως προς την σημασία της διδασκαλίας των αποδεικτικών μεθόδων στην Γεωμετρία του Γυμνασίου. Μερικοί υποστηρίζουν ότι πρέπει να εξακολουθήσουμε την παραδοσιακή στάση του να επικεντρωνόμαστε στο αξιωματικό σύστημα και την αποδεικτική διαδικασία. Άλλοι πιστεύουν ότι η απόδειξη πρέπει να εγκαταλειφθεί και οι γεωμετρικές ιδέες πρέπει να διερευνώνται με λιγότερο τυπικό τρόπο. Άλλοι τέλος πιστεύουν ότι οι μαθητές πρέπει να μετακινούνται βαθμιαία από μια μη τυπική διερεύνηση των γεωμετρικών εννοιών και προτάσεων σε μια αυστηρότερη και προσανατολισμένη στην απόδειξη διαδικασία.

Κανείς δεν μπορεί να αρνηθεί ότι η εγκυρότητα των μαθηματικών προτάσεων είναι σημαντική τόσο για τους επαγγελματίες μαθηματικούς όσο και για τους μαθητές. Αλλά πώς δημιουργείται μια «απόδειξη»; Σύμφωνα με τους Martin και Harrel (1989) στην καθημερινή ζωή θεωρούμε απόδειξη αυτό το οποίο είναι δυνατόν να μας πείσει σχετικά με μια πραγματικότητα. Στη διδασκαλία των μαθηματικών όμως, και στα διδακτικά βιβλία απόδειξη θεωρείται μόνο η τυπική αποδεικτική – λογική επαγωγική συλλογιστική η οποία βασίζεται σε αξιώματα. Παρόλα αυτά συχνά οι μαθηματικοί «ανακαλύπτουν» την αλήθεια με μεθόδους οι οποίες είναι διαισθητικές ή εμπειρικές από τη φύση τους. Στην πραγματικότητα η διαδικασία με την οποία εξελίσσονται τα μαθηματικά αποκρύπτεται από την επαγωγική μορφή με την οποία καταγράφονται (Lakatos 1976). Για να δημιουργηθούν τα μαθηματικά προβλήματα τίθενται, παραδείγματα αναλύονται, υποθέσεις διατυπώνονται, αντιπαραδείγματα προβάλλονται και οι υποθέσεις επανεξετάζονται. Ένα θεώρημα προκύπτει όταν η εκκλέπτυση και η εγκυρότητα του είναι δυνατόν να απαντήσει σε συγκεκριμένο ερώτημα.

Ο Hanna (1989) υποστηρίζει ότι επειδή τα μαθηματικά αποτελέσματα παρουσιάζονται με τυπικό τρόπο από τους μαθηματικούς γίνεται το λάθος αυτή η μαθηματική αυστηρότητα να εκλαμβάνεται ως ο πυρήνας της μαθηματικής πρακτικής. Για αυτό το λόγο πρέπει η εκπαίδευση στα μαθηματικά να συμπεριλαμβάνει την ικανότητα να εκφράζεσαι με τυπικό τρόπο. Η παρουσίαση ενός θεωρήματος κάνει δυσνόητη την νοητική δραστηριότητα που οδήγησε σε αυτό. Πράγματι σύμφωνα με τον Bell (1976) η προσωπική πεποίθηση αναπτύσσεται από μια εσωτερική διαδικασία δοκιμών και διαμόρφωσης μιας απόφασης σχετικά με το αν μια υπόθεση θα γίνει αποδεκτή ή θα απορριφθεί. Βέβαια η τυπική παρουσίαση

των αποτελεσμάτων της μαθηματικής σκέψης με αποδεικτικούς όρους είναι κάτι που αποδέχονται οι μαθηματικοί για την καθιέρωση της εγκυρότητας μιας πρότασης. Όμως η απόδειξη αυτή πείθει και τους μαθητές; Μήπως το βλέπουν απλά σαν ένα σύνολο κανόνων που δεν συνδέονται με την προσωπική τους μαθηματική δραστηριότητα; (Hanna, 1989)

Ορισμένοι παιδαγωγοί πιστεύουν ότι το να αναπτύξει ο μαθητής ικανότητες διερεύνησης και επίλυσης προβλήματος είναι ο στόχος της διδασκαλίας των μαθηματικών στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Για αυτό το λόγο συνιστούν η διδασκαλία των μαθηματικών να υποστηρίζεται από δραστηριότητες αυτού του είδους - οι οποίες κατά την άποψή τους είναι χρήσιμες, διασκεδαστικές και περισσότερο «ανθρώπινες» - παρά να στοχεύει σε δεξιότητες λιγότερο χρήσιμες και διασκεδαστικές όπως η κατασκευή μιας απόδειξης (Simon & Blume, 1996, Simpson, 1995). Ειδικότερα ο Simpson διαχωρίζει την απόδειξη μέσω της Λογικής που δίνει έμφαση σε τυπικές διαδικασίες με την απόδειξη μέσω της Συλλογιστικής η οποία στηρίζεται στην διερεύνηση και ισχυρίζεται ότι η τελευταία είναι προσβάσιμη από την πλειονότητα των μαθητών γιατί εμπεριέχει ευρετικές διαδικασίες που παράγουν οι ίδιοι οι μαθητές.

Αρκετές μελέτες έχουν δημοσιευθεί σύμφωνα με τις οποίες η τυπική επαγωγική αποδεικτική διαδικασία μεταξύ των μαθητών της δευτεροβάθμιας βαθμίδας είναι σχεδόν απύσχα (Burger & Shaughnessy 1986; Usiskin 1982). Σύμφωνα με τον Schoenfeld (1986), οι περισσότεροι μαθητές μετά από ένα χρόνο παρακολούθησης μαθημάτων Γεωμετρίας στο Γυμνάσιο είναι απλά «εύπιστοι εμπειριστές».

5.1 Αναπτύσσοντας την έννοια της απόδειξης

Πώς οι μαθητές αναπτύσσουν την ικανότητα να αποδεικνύουν με τυπική διαδικασία τις προτάσεις; Ο Piaget περιέγραψε το πώς αυτό συμβαίνει χωρίς να λάβει υπόψη του τα προγράμματα σπουδών. Ο van Hiele ανέλυσε την διαδικασία με χρήση των προγραμμάτων σπουδών. Και οι δύο προσεγγίσεις όμως προσπαθούν να εξηγήσουν με ποιες διαδικασίες και σε ποια στάδια αυτή η ικανότητα αναπτύσσεται.

5.1.1 Τα στάδια του Piaget

Σύμφωνα με τον Piaget, η ανάπτυξη της δυνατότητας κατασκευής μιας απόδειξης περνά από διάφορα στάδια (Clements and Battista 1992). Στο πρώτο στάδιο η σκέψη του παιδιού είναι μη συστηματική και μη λογική. Πολλά μέρη πληροφορίας ή παραδείγματα συγκεντρωμένα εξετάζονται σαν ξεχωριστά και μη συσχετιζόμενα γεγονότα. Η εξερεύνηση προχωρά με τυχαία βήματα και όχι βάσει σχεδίου. Τα συμπεράσματα στα οποία φτάνει ενδεχομένως να είναι αντιφατικά. Για παράδειγμα καθιστώντας τις τρεις γωνίες ενός τριγώνου εφεξής αποδεικνύεται στους μαθητές

τι συμβαίνει για ένα τρίγωνο. Όμως πολλοί από τους μαθητές αποτυγχάνουν να γενικεύσουν αυτό το συμπέρασμα για όλα τα τρίγωνα και δηλώνουν ότι δεν είναι σίγουροι αν οι τρεις γωνίες γίνουν εφεξής με άλλη σειρά θα σχηματίσουν και πάλι μια ευθεία γωνία.

Στο δεύτερο στάδιο οι μαθητές όχι μόνο χρησιμοποιούν τα εμπειρικά αποτελέσματα για να κάνουν προβλέψεις αλλά προσπαθούν και να δικαιολογήσουν αυτές τις προβλέψεις. Προβλέπουν τα αποτελέσματα και σκέπτονται λογικά μόνο με επιχειρήματα για τα οποία είναι σίγουροι. Στο παράδειγμα με τις γωνίες προσπάθησαν να αναλύσουν τις γωνίες σε κάθε νέο παράδειγμα. Επειδή όμως δεν κατάλαβαν το γεγονός ότι τα μέτρα των γωνιών αλληλοεξαρτώνται συχνά παραπλανήθηκαν από την εμφάνιση των γωνιών. Βαθμιαία όμως εντόπισαν μια σχέση ανάμεσα στις γωνίες και σχημάτισαν την πεποίθηση ότι σε κάθε τρίγωνο το άθροισμα των τριών γωνιών είναι μια ευθεία γωνία.

Στο 3ο στάδιο οι μαθητές προχωρούν πέρα από την πεποίθηση ότι κάτι είναι πάντα αληθές στο λογικό συμπέρασμα ότι αναγκαία αυτό έπρεπε να είναι αλήθεια. Ο μαθητής είναι σε θέση να ακολουθήσει την τυπική επαγωγική αποδεικτική διαδικασία με βάση οποιοσδήποτε υποθέσεις και σε αυτά τα πλαίσια είναι ικανός να χειριστεί ένα μαθηματικό σύστημα. Για παράδειγμα οι μαθητές προχωρούν από την εμπειρική γενίκευση ότι το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου είναι 180° στο αναγκαίο της πρότασης ότι δηλαδή τρεις γωνίες με άθροισμα μεγαλύτερο δεν είναι δυνατόν να είναι συμπληρωματικά στοιχεία ενός τριγώνου.

Πώς οι μαθητές προχωρούν μεταξύ αυτών των σταδίων; Σε ποιο σημείο αναδύεται η ανάγκη για επαλήθευση των υποθέσεών τους; Ο ίδιος ο Piaget το συνδέει με την κοινωνική αλληλεπίδραση και τον κοινωνικό έλεγχο των απόψεων του κάθε ατόμου: ***Η απόδειξη είναι το αποτέλεσμα της αντιπαράθεσης*** (Piaget 1928, 204). Εξ αιτίας της επαφής με τους άλλους ο μαθητής συνειδητοποιεί καλύτερα τους ορισμούς των εννοιών που ο ίδιος χρησιμοποιεί και αποκτά μια τάση για ενδοσκοπήση των νοητικών του πειραμάτων.

Η θεωρία του **Piaget** περιγράφει πως η σκέψη εξελίσσεται από την μη συστηματική μορφή στην εμπειρική και καταλήγει στην επαγωγολογική. Η θεωρία του **van Hiele** ασχολείται με τη γεωμετρική σκέψη όπως εξελίσσεται μέσω πολλών επιπέδων εξέλιξης υπό την επίδραση του αναλυτικού προγράμματος σπουδών.

5.1.2 Τα επίπεδα van Hiele

Η θεωρία των επιπέδων του van Hiele που αναπτύχθηκε από τον ίδιο και τη σύζυγό του Dina τη δεκαετία του 1950, αφορά την απόκτηση μιας κατανόησης της γεωμετρίας ως μαθηματικού συστήματος. Η θεωρία προσπαθεί να εξηγήσει γιατί οι

μαθητές έχουν δυσκολία με τη γεωμετρία και πώς αυτό θα ήταν δυνατόν να αντιμετωπιστεί.

Υπάρχουν τρεις πτυχές στη θεωρία: Η ύπαρξη επιπέδων κατανόησης στη Γεωμετρία, οι ιδιότητες αυτών των επιπέδων, και οι αρχές που αποτελούν τη βάση της μετακίνησης από το ένα επίπεδο στο επόμενο. Τα στάδια είναι πέντε διαδοχικά και ιεραρχικά

Επίπεδο 1 (Οπτικό – Αναγνώριστικό)

Οι μαθητές αναγνωρίζουν τα σχήματα μόνο από την εμφάνιση συχνά με τη σύγκρισή τους με μια γνωστή μορφή. Για παράδειγμα ένα σχήμα είναι «ορθογώνιο γιατί μοιάζει με μια πόρτα». Σε αυτό το επίπεδο οι μαθητές παίρνουν τις αποφάσεις στηριζόμενοι στην αντίληψη και όχι στο συλλογισμό.

Επίπεδο 2 (Αναλυτικό –Περιγραφικό):

Οι μαθητές συλλογίζονται με πειραματισμό. Εμπεδώνουν τις ιδιότητες των σχημάτων παρατηρώντας, μετρώντας, σχεδιάζοντας και κατασκευάζοντας μοντέλα. Μπορούν να αναγνωρίσουν και να ονομάσουν τις ιδιότητες των γεωμετρικών σχημάτων αλλά δεν αντιλαμβάνονται τις σχέσεις μεταξύ των ιδιοτήτων. Κατά την περιγραφή ενός αντικείμενου ο μαθητής που λειτουργεί σε αυτό το επίπεδο μπορεί να απαριθμήσει όλες τις ιδιότητες που ξέρει αλλά δεν μπορεί να διακρίνει ποιες ιδιότητες είναι απαραίτητες και ποιες επαρκείς για να περιγράψει το αντικείμενο.

Επίπεδο 3 (Αφηρημένο- Συσχεπιστικό, Επίπεδο διάταξης):

Οι μαθητές σκέπτονται λογικά και αντιλαμβάνονται τις σχέσεις μεταξύ των ιδιοτήτων και μεταξύ των σχημάτων. Έχουν τη δυνατότητα να διατυπώσουν αφηρημένους ορισμούς, να ξεχωρίσουν τις ικανές από τις αναγκαίες συνθήκες για να ισχύει μια πρόταση και να κατανοήσουν λογικά επιχειρήματα έως μερικές φορές και να τα παρουσιάσουν. Ταξινομούν τα γεωμετρικά σχήματα ιεραρχικά αναλύοντας τις ιδιότητές τους αν και μερικές φορές δίνουν άτυπα επιχειρήματα για να δικαιολογήσουν το συλλογισμό τους. Οι λογικές επιπτώσεις και η συμπερίληψη κλάσης, όπως το ότι τα τετράγωνα είναι ένας τύπος ορθογωνίου, γίνονται κατανοητές.

Επίπεδο 4 (παραγωγικός συλλογισμός – deduction):

Οι μαθητές μπορούν να κατασκευάσουν τις αποδείξεις να καταλάβουν το ρόλο των αξιωμάτων και των ορισμών, και να αντιλαμβάνονται την έννοια των απαραίτητων και ικανοποιητικών όρων. Σε αυτό το επίπεδο οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση αν κατασκευάσουν αποδείξεις.

Επίπεδο 5 (αυστηρό- μαθηματικό):

Οι μαθητές καταλαβαίνουν σε αυτό το επίπεδο την καθιέρωση και την σύγκριση των μαθηματικών συστημάτων. Είναι σε θέση να καταλάβουν την έμμεση απόδειξη και την απόδειξη με αντιθετοαντιστροφή καθώς και τις μη ευκλείδειες γεωμετρίες

Οι ιδιότητες των επιπέδων με τις ονομασίες του Usiskin (Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry, 1982, Chicago, University of Chicago, ERIC document reproduction service no ED 220 288) είναι :

Σταθερή αλληλουχία: Ένας μαθητής δεν μπορεί να βρίσκεται στο n επίπεδο αν δεν έχει περάσει από το $n-1$.

Διαδοχικότητα: Σε κάθε επίπεδο συλλογισμού εκείνο που ήταν σε λανθάνουσα κατάσταση στο προηγούμενο επίπεδο δηλώνεται στο επόμενο.

Διάκριση: Κάθε επίπεδο έχει τα δικά του γλωσσικά σύμβολα με το δικό τους δίκτυο σχέσεων.

Διαχωρισμός: Δύο άτομα που εκτελούν συλλογισμούς σε διαφορετικά επίπεδα δεν είναι δυνατόν να συνεννοηθούν

Επίτευξη: Η μαθησιακή διαδικασία που οδηγεί στην πλήρη κατανόηση στο επόμενο ανώτερο επίπεδο έχει πέντε φάσεις : Διερεύνηση, καθοδηγούμενο προσανατολισμό, επεξήγηση , ελεύθερο προσανατολισμό, ενσωμάτωση.

Η πρόοδος από το ένα επίπεδο στο άλλο εξαρτάται περισσότερο από την εκπαιδευτική εμπειρία παρά από την ηλικία και την ωρίμανση.

Ο De Villiers (1987) εισηγείται ότι η επαγωγική λογική στη Γεωμετρία πρωτοεμφανίζεται στο επίπεδο τρία γιατί νωρίτερα οι μαθητές δεν αμφισβητούν την ορθότητα των εμπειρικών τους παρατηρήσεων και άρα η τυπική απόδειξη είναι χωρίς νόημα για αυτούς. Ο Van Dormolen (1977) ισχυρίζεται ότι στο οπτικό επίπεδο τεκμηριώνονται μεμονωμένες περιπτώσεις και τα συμπεράσματα περιορίζονται στο συγκεκριμένο σχήμα- παράδειγμα που χειρίζονται οι μαθητές. Στο αναλυτικό περιγραφικό επίπεδο τα συμπεράσματα είναι πιθανό να έχουν προκύψει από μεμονωμένες περιπτώσεις, αλλά αναφέρονται σε συλλογές όμοιων αντικειμένων όπως μια κλάση παραλληλογράμμων. Μόνο μετά το επίπεδο 3 οι μαθητές είναι σε θέση να δικαιολογήσουν προτάσεις διατυπώνοντας επιχειρήματα που συμφωνούν με γνωστά θεωρήματα δηλαδή να αποδείξουν.

Έρευνα της Senk (1989) υποστηρίζει ότι για να εμπλακούν στην αποδεικτική διαδικασία οι μαθητές πρέπει νοητικά να είναι τουλάχιστον στο επίπεδο 3. Δυστυχώς οι περισσότεροι μαθητές (70%) εμπλέκονται με τη Γεωμετρία του Γυμνασίου ευρισκόμενοι στο επίπεδο 1 (Senk 1989, Shaughnessy and Burger 1985).

Συνοψίζοντας και οι δύο θεωρίες (Piaget and van Hiele) υποστηρίζουν ότι οι μαθητές πρέπει να περάσουν από τα κατώτερα επίπεδα για να φτάσουν στα υψηλότερα και αυτό το «πέραςμα» χρειάζεται αρκετό χρόνο για να ολοκληρωθεί. Η θεωρία του van Hiele προτείνει ότι η μέθοδος διδασκαλίας πρέπει βαθμιαία να βοηθήσει τον μαθητή να περάσει από τα κατώτερα επίπεδα πριν εμπλακεί σε δραστηριότητες

αποδεικτικής διαδικασίας. Με δεδομένο ότι οι μαθητές δεν είναι δυνατόν να παραλείψουν ένα επίπεδο, η προσπάθεια να ασχοληθούν με αποδείξεις πρόωρα οδηγεί σε πρακτικές απομνημόνευσης και εντέλει σε σύγχυση ως προς τον στόχο της απόδειξης. Επιπλέον και οι δύο θεωρίες αποδέχονται ότι οι μαθητές είναι δυνατόν να κατανοήσουν και να εργαστούν σε αξιωματικά συστήματα μόνο αφού προσεγγίσουν το υψηλότερο επίπεδο και στις δύο ιεραρχίες. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η μελέτη των αξιωματικών συστημάτων να μην είναι αποτελεσματική για την πλειονότητα των μαθητών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης

Ο Van Hiele (1959) πιστεύει ότι η γνωστική ανάπτυξη στη γεωμετρία μπορεί να επιταχυνθεί μέσω της κατάλληλης διδασκαλίας σε αντίθεση με τον Piaget. Οι Van Hieles (P. M. & Dina, 1958; P. M., 1959) έχουν δώσει λεπτομερειακές επεξηγήσεις για το πώς ο καθηγητής πρέπει να λειτουργήσει ώστε να οδηγήσει τους μαθητές από το ένα επίπεδο στο επόμενο. Η μαθησιακή διαδικασία που οδηγεί στην πλήρη κατανόηση στο επόμενο ανώτερο επίπεδο έχει πέντε φάσεις, κατά προσέγγιση αλλά όχι αυστηρά σε ακολουθία, με τους τίτλους:

- Διερεύνηση (inquiry)
- Καθοδηγούμενο προσανατολισμό (directed orientation)
- Επεξήγηση (explanation)
- Ελεύθερο προσανατολισμό (free orientation)
- Ολοκλήρωση (integration)

Ο A .Hoffer (1986) διατύπωσε την άποψη ότι «η Γεωμετρία είναι κάτι παραπάνω από αποδείξεις θεωρημάτων, υπάρχουν και άλλες ιδιότητες γεωμετρικής φύσης εξ ίσου σημαντικές για τους μαθητές» και πρότεινε πέντε κατηγορίες τέτοιων ικανοτήτων που θα πρέπει στα πλαίσια της διδασκαλίας της Γεωμετρίας να αναπτύξουν οι μαθητές και είναι : οπτικές , λεκτικές, σχεδίασης, λογικές και εφαρμογής.

(α) Οπτικές ικανότητες

Η Γεωμετρία εξετάζει σε πρώτο στάδιο τα αντικείμενα, με τα οποία ασχολείται, από την οπτική πλευρά. Όμως, πολύ συχνά απαιτείται η απόδειξη θεωρημάτων, που κατορθώνεται συνδυάζοντας με τη λογική απλά "οπτικά στοιχεία".

(β) Λεκτικές ικανότητες

Η Γεωμετρία έχει πάρα πολλούς ορισμούς, αξιώματα, θεωρήματα τα οποία καλούνται οι μαθητές να μάθουν και να χρησιμοποιούν. Επίσης, τα παιδιά τροφοδοτούνται με ασκήσεις, όπου χρειάζεται να επινοήσουν και να διατυπώσουν τη δική τους απόδειξη.

(γ) Ικανότητες Σχεδίασης

Η Γεωμετρία βοηθάει τους μαθητές να εκφράσουν τις ιδέες τους με σχήματα. Οι δεξιότητες σχεδίασης βοηθούν τους μαθητές να κατανοήσουν καλύτερα τις γεωμετρικές σχέσεις.

(δ) Λογικές Ικανότητες

Κατά την επίλυση ασκήσεων Γεωμετρίας, οι μαθητές προσπαθούν να αναλύσουν το πρόβλημα και να αναγνωρίσουν αν κάποια υπόθεση είναι "αληθής" ή "ψευδής". Επίσης, ανάλογα με το επίπεδο που βρίσκονται οι μαθητές οφείλουν, να συνειδητοποιούν, ότι υπάρχουν διαφορές και ομοιότητες ανάμεσα στα σχήματα, να κατανοούν ότι αυτά μπορούν να ομαδοποιηθούν σε διάφορες κατηγορίες, να αντιλαμβάνονται τα πλεονεκτήματα ενός καλού ορισμού, να χρησιμοποιούν κανόνες της λογικής για να κατασκευάζουν αποδείξεις και τέλος να αντιλαμβάνονται τα όρια και τις δυνατότητες αξιωμάτων και θεωρημάτων.

5.2 Εναλλακτικές λύσεις στην αξιωματική προσέγγιση

Η έρευνα έχει δείξει ότι εναλλακτικές λύσεις στην αξιωματική προσέγγιση για την απόδειξη στη Γεωμετρία είναι δυνατόν να αποδειχθούν χρήσιμες στην κατεύθυνση της εποικοδομητικής δικαιολόγησης των ιδεών των μαθητών (Bell 1976; Fawcett 1938; Human and Nel 1989). Σε αυτές τις προσεγγίσεις οι μαθητές εργάζονται συνεργατικά, διατυπώνουν εικασίες και ξεπερνούν γνωστικές συγκρούσεις παρουσιάζοντας επιχειρήματα και αποδεικτικά στοιχεία, αποδεικνύουν προτάσεις οι οποίες δεν είναι προφανείς και διαμορφώνουν άλλες προς απόδειξη. Οι εκπαιδευτικοί με τη σειρά τους προσπαθούν να εμπλέξουν τους μαθητές σε μια διαδικασία μαθηματικής ανακάλυψης και ανάπτυξης λογικών επιχειρημάτων ανοικτών στη δημόσια κριτική της τάξης.

Ως περιβάλλον εναλλακτικού χειρισμού της αποδεικτικής διαδικασίας είναι δυνατόν να θεωρηθεί ένα περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας όπως τα The Geometric Supposer (Schwartz and Yerushalmy, 1986) και The Geometer's Sketchpad (Jackiw 1994), Cabri Geometrie (Laborde 1990) και άλλα τα οποία διευκολύνουν τους μαθητές να διατυπώνουν και να ελέγχουν εικασίες. Τα λογισμικά αυτά, τα χαρακτηριστικά των οποίων έχουν αναλυθεί σε προηγούμενη ενότητα, έχουν δώσει νέα ώθηση στην μαθηματική εξερεύνηση και νέο ενδιαφέρον στη διδασκαλία της Γεωμετρίας.

Η έρευνα έχει δείξει την αποτελεσματικότητα των προγραμμάτων αυτού του είδους. Σε έρευνα των Yerushalmy, Chazan, και Gordon το 1987 οι μαθητές που χρησιμοποίησαν το Geometric Supposer είχαν καλύτερη επίδοση στις εξετάσεις από αυτούς που δεν το χρησιμοποίησαν. Οι μαθητές αυτοί παράγααν νέους ορισμούς,

έλεγξαν υποθέσεις που αναδείχθηκαν από τη μελέτη του προβλήματος και σχεδόν όλοι δικαιολόγησαν τις γενικεύσεις που έκαναν. Επίσης κατάφεραν να αποφύγουν να θεωρήσουν το αποτέλεσμα μιας μεμονωμένης μέτρησης σαν αποδεικτικό στοιχείο. (Chazan 1989, Schoenfeld 1986, Wiske & Houde 1988).

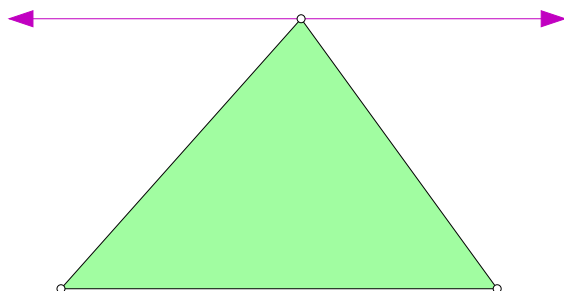
Θα ήταν ίσως σκόπιμο να αναδιαμορφωθεί το πρόγραμμα σπουδών για τη Γεωμετρία έτσι ώστε οι μαθητές να έχουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουν την οπτική δικαιολόγηση και την εμπειρική συλλογιστική δεδομένου ότι με αυτόν τον τρόπο οδηγείται στα υψηλότερα επίπεδα της γεωμετρικής σκέψης. Οι μαθητές θα πρέπει να ενθαρρύνονται να εκφράζουν και να δικαιολογούν τις δικές τους ιδέες, και να τις εκλεπτύνουν ώστε βαθμιαία να αντιλαμβάνονται τα ελαττώματα της οπτικής εμπειρικής επιχειρηματολογίας που ανέπτυξαν και να ανακαλύπτουν και χρησιμοποιούν σημαντικά συστατικά της τυπικής αποδεικτικής διαδικασίας.

Υπάρχουν ισχυροί λόγοι για τη χρησιμοποίηση των υπολογιστών για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας καθώς τα προγράμματα Δυναμικής Γεωμετρίας παρέχουν ισχυρά εργαλεία για πολλά παραδείγματα. Υποτίθεται ότι η χρήση της τεχνολογίας παρέχει στους μαθητές τα επαγωγικά εργαλεία που χρειάζονται για να ανεβούν στο επόμενο επίπεδο van Hiele πριν να αντιμετωπίσουν τις παραγωγικές αποδείξεις.

Σύμφωνα με τη θεωρία των επιπέδων Van Hiele, οι μαθητές των επιπέδων 1 και 2 χρειάζονται άτυπες δραστηριότητες που θα τους βοηθήσουν στην μετάβαση σε παραγωγικά επιχειρήματα του επιπέδου 3. Ο De Villiers (1999) υποστηρίζει ότι αυτές οι άτυπες δραστηριότητες πρέπει να περιέχουν τις κατάλληλες "εννοιολογικές υποδομές" που θα διευκολύνουν τη μετάβαση στο επίπεδο 3 και πάνω. Παραδείγματος χάριν, οι καθηγητές λένε συχνά στους μαθητές ότι το άθροισμα των μέτρων των εσωτερικών γωνιών ενός τριγώνου είναι 180° . Μερικοί καθηγητές ίσως δίνουν στους μαθητές το στόχο να κατασκευάσουν τρίγωνα να μετρήσουν τις γωνίες και να υπολογίσουν το άθροισμα των μέτρων των γωνιών. Σύμφωνα με τον De Villiers, «αυτό δεν θα ήταν μια κατάλληλη Van Hiele δραστηριότητα επειδή δεν έχει καμία "εννοιολογική υποδομή" που να εξηγεί γιατί συμβαίνει αυτό». Ο ίδιος επισημαίνει ότι ένα λογισμικό Δυναμικής Γεωμετρίας, όπως το Geometer Sketchpad, μπορεί να παρέχει μια σημαντικότερη δραστηριότητα για τους μαθητές.

Παραδείγματος χάριν, ένα τρίγωνο μπορεί να κατασκευαστεί, να ονομαστεί, να αντιγραφεί, να μεταφερθεί και να περιστραφεί έτσι ώστε μια πλευρά των δύο τριγώνων να συμπίπτει διαμορφώνοντας ένα παραλληλόγραμμο που κόβεται από μια διαγώνιο. Χρησιμοποιώντας τις συμπίπτουσες πλευρές ως εγκάρσια κοπή και τα δύο ζευγάρια των παράλληλων πλευρών, οι μαθητές μπορούν να κατασκευάσουν έναν πλήθος ζευγαριών εντός εναλλάξ γωνιών. Φανταστείτε τη δυσκολία να ολοκληρώσουν μια τέτοια κατασκευή με το χέρι χρησιμοποιώντας το ψαλίδι και ένα

μοιρογνωμόνιο. Ένας τολμηρός μαθητής ίσως να παρατηρήσει ότι όταν τραβάμε μια ευθεία παράλληλη σε μια πλευρά του τριγώνου από την κορυφή που βρίσκεται απέναντι από εκείνη την πλευρά, όπως φαίνεται στο σχήμα 1, μια ευθεία γωνία διαμορφώνεται από τις τρεις γωνίες. Τα μέτρα αυτών των γωνιών είναι ίσα με τα μέτρα των τριών γωνιών του τριγώνου.



Σχήμα 1

Ανεξάρτητα από το αν οι μαθητές κάνουν την σύνδεση αυτή η δραστηριότητα παρέχει ένα πλαίσιο με το οποίο η απόδειξη μπορεί αργότερα να κατασκευαστεί. Με άλλα λόγια, το λογισμικό της δυναμικής Γεωμετρίας Geometer Sketchpad μπορεί να είναι μια ισχυρή αφετηρία για την κατανόηση των παραγωγικών επιχειρημάτων.

Περισσότερο πρόσφατες μελέτες έχουν αρχίσει να εξετάζουν την χρήση του λογισμικού υπολογιστών, ως εργαλείου, με στόχο να ερευνήσουν τις έννοιες και τις ιδιότητες των μαθηματικών αντικειμένων. Η πρωτοποριακή μελέτη των Yerushalmy και Hounde (1986) έδειξε ότι το λογισμικό διευκόλυνε τη σκέψη του επαγωγικού συλλογισμού ερευνώντας τις ιδιότητες των γεωμετρικών αντικειμένων και τις σχέσεις τους. Η διαθεσιμότητα των υπολογιστών στα μαθηματικά παρέχει μια μοναδική ευκαιρία για την ανάπτυξη από τους μαθητές χρήσιμων μεθόδων μελέτης της Γεωμετρίας και την απόκτηση περισσότερης εμπειρίας σε χαμηλότερα επίπεδα Γεωμετρικής σκέψης

Τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας έχουν την δυναμική να ενθαρρύνουν τόσο την εξερεύνηση όσο και την αποδεικτική διαδικασία επειδή διευκολύνουν σε μεγάλο βαθμό την διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών. Δυστυχώς όμως η επιτυχής χρήση του λογισμικού έχει οδηγήσει αρκετούς εκπαιδευτικούς στην άποψη ότι η επαγωγική αποδεικτική διαδικασία πρέπει να εγκαταλειφθεί για χάρη μιας απόλυτα εμπειριστικής προσέγγισης στην μαθηματική τεκμηρίωση.

Είναι ίσως φυσικό ο μαθητής μετά από την αλληλεπίδρασή του με το λογισμικό να κάνει ένα λογικό άλμα και να οδηγηθεί στο συμπέρασμα ότι πράγματι το θεώρημα ισχύει. Είναι όμως περίεργο στο ίδιο συμπέρασμα να καταλήγουν και εκπαιδευτικοί παρερμηνεύοντας την αναπαραστασιακή δυνατότητα του υπολογιστή σαν

επιχείρημα για την μη αναγκαιότητα της θεώρησης της απόδειξης σαν κεντρικού θέματος της μαθηματικής θεωρίας και πράξης.

Η σχετική επιχειρηματολογία επικεντρώνεται στην πεποίθηση ότι η μη τυπική δικαιολόγηση, η εξερεύνηση και οι οπτικές αναπαραστάσεις που υποστηρίζονται από τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας εξασφαλίζουν για τους μαθητές διαδικασίες ισοδύναμες με την αυστηρή αποδεικτική διαδικασία για την μελέτη της Γεωμετρίας. Πιστεύουν δε ότι οι διαδικασίες αυτές επειδή κυρίως στηρίζονται στη διαίσθηση είναι περισσότερο πιθανό να “γεννήσουν” μαθηματική ενόραση και επιπλέον τεχνικές δεξιότητες.

5.2.1 Εξερεύνηση

Είναι γεγονός ότι τα Προγράμματα Δυναμικής Γεωμετρίας βοηθούν τους μαθητές να αντιληφθούν τα θεωρήματα επιτρέποντάς τους να κατασκευάσουν ακριβή σχήματα μέσα από τα οποία αντιλαμβάνονται καλύτερα την σημασία των προτάσεων. Οι μαθητές επίσης είναι σε θέση να αντιληφθούν δεδομένες ιδιότητες των κατασκευών τους ή να ανακαλύψουν νέες ιδιότητες. Το βιβλίο εργασίας του SketchPad συζητά την έννοια της εξερεύνησης σε επτά διαφορετικές λειτουργίες που οι περισσότερες δεν συμπεριλαμβάνονται σε ένα παραδοσιακό αναλυτικό πρόγραμμα για την Γεωμετρία: **Διερεύνηση, Εξερεύνηση, Επίδειξη, Κατασκευή, Επίλυση προβλήματος, Τέχνη και Puzzle**. Η δυνατότητα που παρέχουν τα λογισμικά αυτά για απειρία αναπαραστάσεων μιας πρότασης εξοπλίζουν τους μαθητές με ισχυρά αποδεικτικά στοιχεία για την ισχύ της και τους βοηθούν να δημιουργήσουν μια πιο πλήρη και σωστή οπτική εικόνα (mental image) (Mason 1997). Αξίζει να αναφερθεί η άποψη του David Tall ο οποίος θεωρεί σαν μια από τις βασικές αιτίες αποτυχίας γενικά στα Μαθηματικά της έλλειψης αντιστοιχίας μεταξύ της νοητικής εικόνας (concept image) που δημιουργεί ο μαθητής για μια έννοια και του αυστηρού μαθηματικού ορισμού της έννοιας (concept definition). Ο Polya (1957) επισημαίνει ότι η επίλυση ενός προβλήματος προϋποθέτει την εύρεση της σύνδεσης μεταξύ της υπόθεσης και του συμπεράσματος ή διαφορετικά των γνωστών και των αγνώστων στοιχείων. Για να το επιτύχουμε δε αυτό χρειάζεται αυτό που αποκαλεί «ευρετικό συλλογισμό», ένα είδος συλλογισμού που χρησιμοποιεί την επαγωγική σκέψη σε συνδυασμό με παραγωγική. Έτσι αν και η απόδειξη και η εξερεύνηση είναι διαφορετικές διαδικασίες είναι και συμπληρωματικές και ενδυναμώνουν η μία την άλλη. Όχι μόνο και οι δύο είναι μέρη της διαδικασίας επίλυσης προβλήματος αλλά η εξερεύνηση οδηγεί στην ανακάλυψη ενώ η απόδειξη στην επιβεβαίωση. Η εξερεύνηση είναι δυνατόν να οδηγήσει στην ανακάλυψη της δομής και των διακλαδώσεων μιας έννοιας ή μιας πρότασης αλλά δεν

παρέχει σαφή και αναλυτική κατανόηση. Για αυτό το λόγο τα συμπεράσματα στα οποία οδηγεί ίσως διατυπώνονται με ακρίβεια αλλά όχι με βεβαιότητα. Μόνο μια απόδειξη που απορρέει από αποδεκτές προτάσεις είναι δυνατόν να οδηγήσει στην βεβαιότητα.

5.2.2 Οπτικές αναπαραστάσεις

Αρκετοί ερευνητές επικεντρώνουν την έρευνά τους την τελευταία δεκαετία – κυρίως λόγω της ανάπτυξης και επέκτασης των δυνατοτήτων των υπολογιστών - στην δυναμική της χρήσης των οπτικών αναπαραστάσεων για την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και ιδιαίτερα την συμβολή τους στην μαθηματική απόδειξη. Οι ερευνητές αυτοί οι οποίοι συνιστούν τη χρήση των οπτικών αναπαραστάσεων στη διδασκαλία των μαθηματικών γνωρίζουν ότι αφθονούν και τα διαγράμματα τα οποία αντί να βοηθούν αποπροσανατολίζουν τους μαθητές. Ο Brown (1999) παρέχει αρκετά παραδείγματα γνωστών διαγραμμάτων που είναι δυνατόν να οδηγήσουν σε λάθος αντιλήψεις. Αυτό όμως δεν είναι λόγος για να πιστέψουμε ότι οι οπτικές αναπαραστάσεις δεν έχουν να προσφέρουν στην διερεύνηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών. Το ερώτημα που αναδύεται είναι αν και σε ποιο βαθμό η οπτική αναπαράσταση είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί όχι μόνο σαν ένδειξη αλλά και σαν επιχείρημα για την ισχύ μιας μαθηματικής πρότασης. Ο Francis (1996) τονίζει ότι είναι παράλογο να περιμένουμε από τον πειραματισμό μέσω του υπολογιστή να αντικαταστήσει την αυστηρότητα της μαθηματικής μεθοδολογίας που έχει κατακτηθεί με εργασία δύο αιώνων. Ο Palais (1999) παρατηρεί ότι η οπτική αναπαράσταση μέσω των γραφικών του υπολογιστή όχι μόνο μετασχηματίζει την πληροφορία και αλλάζει τα σχήματα αλλά επίσης εξετάζει χαρακτηριστικά των γεωμετρικών αντικειμένων που δεν είναι προσπελάσιμα χωρίς των υπολογιστή. Για αυτό το λόγο είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν για την διατύπωση αυστηρών αποδείξεων αλλά δεν είναι δυνατόν να τις αποδεχτούμε και σαν αποδείξεις από μόνες τους.

Άρα αυτό που πρέπει να γίνει δεν είναι το να αντικατασταθεί η απόδειξη από την εξερεύνηση αλλά να αξιοποιηθούν και οι δύο για τη μάθηση των Μαθηματικών.

Ακόμα και όταν κάποιος εμπλέκεται στην εξερεύνηση των μαθηματικών ιδεών, με ή χωρίς την βοήθεια του υπολογιστή, χρησιμοποιεί σε μεγάλο βαθμό τον επαγωγικό συλλογισμό. Η πρόκληση λοιπόν για τον εκπαιδευτικό είναι το να χρησιμοποιήσει την διασκεδαστική και ενδιαφέρουσα διαδικασία της εξερεύνησης και της ανακάλυψης για να κινητοποιήσει τους μαθητές του να περάσουν στην αποδεικτική διαδικασία.

Οι ευρετικές μέθοδοι που υποστηρίζονται από τους υπολογιστές μαζί με την εξερεύνηση και την οπτική αναπαράσταση μπορεί να αποδειχθούν πολύτιμα

εργαλεία για ενδυνάμωση της κατανόησης. Πρέπει να προσέξουμε να μην πιστέψουν οι μαθητές ότι οποιοδήποτε από αυτά υποκαθιστά την αποδεικτική διαδικασία

Συμπεράσματα

- Η χρήση των προγραμμάτων Δυναμικής Γεωμετρίας επιταχύνει την αποδοχή και εφαρμογή της αποδεικτικής γεωμετρίας στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση.
- Παρέχεται η δυνατότητα για πειραματισμό και ευρετική. Αρκετά γρήγορα εμφανίζονται πολλά παραδείγματα, ειδικές περιπτώσεις, αντιπαραδείγματα, που είναι δυνατόν να δημιουργηθούν και να αναπαρασταθούν οπτικά
- Πολλά γνωστά επιχειρήματα οπτικοποιούνται
- Η χρήση των υπολογιστών γίνεται ο πρόπομπός της απόδειξης

Κεφάλαιο 6^ο

Έρευνες στον Ελληνικό και στο Διεθνή χώρο

Σχετικά με την αποτελεσματικότητα των Προγραμμάτων Δυναμικής Γεωμετρίας για την βελτίωση του μαθησιακού αποτελεσμάτων και την ανάπτυξη δεξιοτήτων απόδειξης

Οι Ντζιαχρήστος Β. και Ζαράνης Ν. (2001) στο άρθρο τους με τίτλο «**Η αξιοποίηση της θεωρίας Van Hiele στην Κατανόηση Γεωμετρικών Εννοιών της Α΄ Γυμνασίου με τη Βοήθεια Εκπαιδευτικού Λογισμικού**» στη Μαθηματική Επιθεώρηση, Τεύχος 56, 2001 βάζουν τις παρακάτω ερευνητικές υποθέσεις:

Ερευνητική υπόθεση 1 (EY1) : Η διδασκαλία Γεωμετρίας με το μοντέλο van Hiele και η ενασχόληση των μαθητών με δραστηριότητες μέσω του εκπαιδευτικού λογισμικού που κατασκευάσαμε (*πειραματική ομάδα – Π.Ο.*), αυξάνει τη βελτίωση της επίδοσής τους, σε σχέση με την επίδοση των μαθητών που διδάσκονται Γεωμετρία με την παραδοσιακή μέθοδο (*ομάδα ελέγχου – Ο.Ε.*).

Ερευνητική υπόθεση 2 (EY2) : Το επίπεδο van Hiele των μαθητών στην αρχική δοκιμασία των δύο ομάδων της *ερευνητικής υπόθεσης 1* είναι όμοιο.

Ερευνητική υπόθεση 3 (EY3) : Η βελτίωση της επίδοσης των μαθητών των δύο τμημάτων της *πειραματικής ομάδας της ερευνητικής υπόθεσης 1*, ήταν όμοια και στα δυο τμήματα, αν και είχαν διαφορετικούς διδάσκοντες.

Το δείγμα της έρευνας τους αποτέλεσαν μαθητές στις Α΄ τάξης του 5ου Γυμνασίου Αμαρουσίου. Η κλήρωση που έγινε μεταξύ των τεσσάρων τμημάτων της Α΄ Γυμνασίου, δημιούργησε τις εξής ομάδες:

- α) Α1 και Α2 την *πειραματική ομάδα (Π.Ο.)*,
- β) Α3 και Α4 την *ομάδα ελέγχου (Ο.Ε.)*

Στην πρώτη ομάδα εφάρμοσαν την προτεινόμενη μέθοδο και στη δεύτερη ομάδα την παραδοσιακή μέθοδο.

Το επόμενο βήμα μετά το ορισμό του δείγματος ήταν να μετρηθούν οι γνώσεις των μαθητών. Για το σκοπό αυτό κατασκεύασαν ερωτηματολόγια (δοκιμασίες) που προσδιόριζαν το επίπεδο van Hiele των μαθητών στη Γεωμετρία.

Τα ερωτηματολόγια χωρίστηκαν σε αρχικές δοκιμασίες (pre-test) και τελικές δοκιμασίες (post-test), που διαιρέθηκαν στα τρία πρώτα επίπεδα van Hiele.

Στο κάθε επίπεδο αντιστοιχούσε ένα ερωτηματολόγιο. Θεώρησαν αναγκαίο για να μπορεί να γίνει η σύγκριση της απόδοσης των μαθητών "πριν" και "μετά" την πειραματική διδασκαλία, να κατασκευαστούν όλα τα ερωτηματολόγια με τον ίδιο αριθμό ερωτήσεων και να διαφέρουν κυρίως στο βαθμό δυσκολίας.

Για τη σύνταξη των ερωτηματολογίων χρησιμοποίησαν το τροποποιημένο μοντέλο van Hiele από τον Alan Hoffer.

Από τη στατιστική τους ανάλυση διαπίστωσαν ότι αληθεύει η *Ερευνητική υπόθεση 1* σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$, δηλαδή ότι η επίδοση των μαθητών της Πειραματικής ομάδας είναι καλύτερη από εκείνη της Ομάδας Ελέγχου

Το αποτέλεσμα της *Ερευνητικής υπόθεσης 1* συμφωνεί με την έρευνα των

Yerushalmy, M., Chazan, D., & Gordon, M., [24], (1987) που διαπίστωσαν ότι στο μάθημα της Γεωμετρίας το λογισμικό "*Geometric Supposer*", βοηθάει τους μαθητές Γυμνασίων και Λυκείων στον σχηματισμό λογικών αποδείξεων.

Η δεύτερη ερευνητική υπόθεση χρησιμοποιήθηκε για να ελεγχθεί αν η αυξημένη βελτίωση της πειραματικής ομάδας οφείλεται στη καλύτερη αρχική γνώση των μαθητών αυτών ως προς τη Γεωμετρία ή όχι.

Συμπέραναν ότι αληθεύει η *Ερευνητική υπόθεση 2* σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$, δηλαδή ότι το επίπεδο van Hiele των μαθητών στην αρχική δοκιμασία της Π.Ο. και της Ο.Ε. είναι όμοιο. Επομένως, η αυξημένη βελτίωση της πειραματικής ομάδας δεν οφείλεται στη καλύτερη αρχική γνώση των μαθητών αυτών ως προς τη Γεωμετρία.

Η τρίτη *ερευνητική υπόθεση* χρησιμοποιήθηκε για να ελεγχθεί αν η αυξημένη βελτίωση της πειραματικής ομάδας οφείλεται στη μέθοδο διδασκαλίας και όχι στο διδάσκοντα και συμπέραναν ότι αληθεύει η *Ερευνητική υπόθεση 3* σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$, δηλαδή ότι η βελτίωση των μαθητών της πειραματικής ομάδας ήταν όμοια και στα δύο τμήματα αν και είχαν διαφορετικούς διδάσκοντες.

Επίσης ο Choi (1999) επισημαίνει ότι ενώ οι πολυάριθμοι ερευνητές έχουν επικυρώσει τα επίπεδα Van Hiele, "*λίγοι ερευνητές έχουν χρησιμοποιήσει λογισμικό Δυναμικής Γεωμετρίας για να ερευνήσουν την ανάπτυξη των επιπέδων γεωμετρικής σκέψης των μαθητών κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας*". Ο ίδιος (1999) ανακάλυψε ότι η χρήση του δυναμικού λογισμικού υπολογιστών Geometer Sketchpad βοήθησε τη βελτίωση των μαθητών στην ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης όταν χρησιμοποιήθηκε από κοινού με την οδηγίες που βασίστηκαν στα επίπεδα Van Hiele. Εγκωμιάζει ιδιαίτερα τη χρήση του λογισμικού Geometer Sketchpad, λέγοντας "θα

μπορούσε να καταστήσει τις οδηγίες για την διδασκαλία της γεωμετρίας αποτελεσματικές, να αναπτύξει την ικανότητα επίλυσης προβλήματος των μαθητών, να ενισχύσει το ενδιαφέρον των μαθητών, να βοηθήσει τους μαθητές στις μαθησιακές δυσκολίες τους και στην εξοικονόμηση χρόνου για τη μάθηση" (Choi, 1999).

Επιπλέον, οι "διερευνητικές δραστηριότητες που χρησιμοποιούνται στο λογισμικό που αναπτύχθηκε για τις γεωμετρικές έρευνες θα μπορούσαν να εμβαθύνουν την κατανόηση των μαθητών της υπόθεσης στη διαδικασία θεωρήματος-απόδειξης"

Ο Metazarek (1996) χρησιμοποίησε το λογισμικό Geometer Sketchpad για να ερευνήσει τη σχέση μεταξύ της τεχνολογίας υπολογιστών και της ετοιμότητας ενός μαθητή για την αυτόνομη μάθηση. Διαπίστωσε ότι υπήρξε ένας θετικός συσχετισμός ανάμεσα σε αυτές τις μεταβλητές που οφείλεται κατά ένα μεγάλο μέρος στη (θετική) στάση των μαθητών απέναντι στο λογισμικό υπολογιστών.

Η Lester (1996) χρησιμοποίησε επίσης το λογισμικό Geometer Sketchpad στις διδακτορικές μελέτες της για να δει εάν χρησιμοποιώντας μια επαγωγική παιδαγωγική μαζί με τον υπολογιστή θα βελτιώνε τα γεωμετρικά επιτεύγματα. Τα αποτελέσματα της μελέτης της δείχνουν ότι *"οι δεξιότητες στα επίπεδα γεωμετρικής δυσκολίας σε μαθητές με μεγάλη απόδοση και κατανόηση σε γεωμετρικές έννοιες σε υψηλότερα επίπεδα είναι αποτέλεσμα της δημιουργίας και του χειρισμού της δυναμικής απεικόνισης των γεωμετρικών αντικειμένων στην οθόνη του υπολογιστή"* (Lester, 1996).

Ο Dixon (1997) επισημαίνει πόσο γρήγορα και εύκολα οι μαθητές μπορούν να χειριστούν σχήματα χρησιμοποιώντας το Geometer Sketchpad και πόσο αργά και επίπονα και ίσως και ανέφικτα αυτοί οι ίδιοι στόχοι να επιτυγχάνονται όταν γίνονται με το μολύβι και το χαρτί (1997). Αυτό ελευθερώνει τους μαθητές από πρακτικές των στερεότυπων υπολογισμών και τους επιτρέπει να εστιάζουν στις έννοιες και τα προβλήματα που τους ενδιαφέρουν περισσότερο . Κατά συνέπεια, η τεχνολογία μπορεί να προωθήσει μια υψηλότερου επιπέδου σκέψη επειδή οι μαθητές ξοδεύουν περισσότερο χρόνο για απεικόνιση και ανάλυση (Nicaise & Barnes, 1996).

Συνοψίζοντας υπάρχουν ισχυροί λόγοι για την χρησιμοποίηση των υπολογιστών στην διδασκαλία της γεωμετρίας. Τα προγράμματα όπως το Geometer Sketchpad παρέχουν ένα ισχυρό εργαλείο για πολλά παραδείγματα στην γεωμετρία.

Υποτίθεται ότι η τεχνολογία μπορεί να παρέχει στους μαθητές τα επαγωγικά εργαλεία που χρειάζονται για να ανεβάσουν το επίπεδο Van Hiele πριν αντιμετωπίσουν τις παραγωγικές αποδείξεις, Οι μαθητές στα σχολεία μεγαλώνουν

σήμερα με τους υπολογιστές και τους βλέπουν γενικά σαν διασκέδαση. Ενώ Γεωμετρία και απόδειξη μπορεί να φαίνονται απόμακρες από τη σκέψη τους αυτοί είναι δεμένοι με τους υπολογιστές στο σπίτι. Αυτοί οι μαθητές ίσως να δουν τη χρήση ενός προγράμματος υπολογιστών στην διδασκαλία της γεωμετρίας σαν μια «ανάσα».

Ενώ όμως οι θετικές συνεισφορές τεκμηριώνονται καλά, η χρήση της τεχνολογίας δεν είναι πανάκεια. Υπάρχουν και άλλοι που έχουν αντίθετη άποψη. Για παράδειγμα, έχει επισημανθεί ότι το λογισμικό Geometer Sketchpad δεν φαίνεται να βελτιώνει τις δυνατότητες των μαθητών στο να απεικονίζουν σε τρεις διαστάσεις (Dixon, 1997). Οι πρόοδοι στην τεχνολογία δημιουργούν βεβαίως ερωτήματα για την παιδαγωγική, το πρόγραμμα σπουδών, και ακόμη και την αξιολόγηση (Leitzel, 1991). Προκειμένου να εξεταστούν αυτές οι ερωτήσεις, απαιτείται περισσότερη έρευνα για τα αποτελέσματα της τεχνολογίας ειδικότερα, απαιτείται περισσότερη έρευνα στις επεμβάσεις που θα βοηθήσουν στην σχολική επιτυχία τους μαθητές.

Κεφάλαιο 7^ο

Μια μελέτη περίπτωσης

Όταν οι μαθητές μελετούν Γεωμετρία του επιπέδου λειτουργούν σε ένα πεδίο του οποίου τα εργαλεία έχουν μείνει αμετάβλητα εδώ και 2000 χρόνια. Η Ευκλείδεια Γεωμετρία ειδικότερα έχει σαν εργαλεία το χάρακα και το διαβήτη, το χαρτί και το μολύβι, τον πίνακα και την κμωλία. Οι γεωμετρικές κατασκευές όμως που προκύπτουν με αυτά τα εργαλεία έχουν δύο αξιοσημείωτα χαρακτηριστικά:

1. Είναι **στατικές**. Κάθε σχήμα παραμένει σταθερό και δεν μπορεί να αλλάξει εκτός αν το σβήσουμε
2. Είναι **μεμονωμένες**. Για παράδειγμα ένα τετράγωνο που έχει κατασκευαστεί με αυτά τα εργαλεία αντιπροσωπεύει ένα συγκεκριμένο τετράγωνο με συγκεκριμένο μήκος πλευράς. Δεν είναι δυνατόν να γίνει αντιληπτό σαν εκπρόσωπος μιας κλάσης ισοδυναμίας τετράπλευρων με όλες τις πλευρές τους ίσες.

Στις αρχές του 21^{ου} αιώνα ένα νέο εργαλείο για γεωμετρικές κατασκευές εμφανίζεται δίπλα στα παραδοσιακά εργαλεία κατασκευών. Μια γενιά λογισμικών που είναι συνολικά γνωστά σαν προγράμματα Δυναμικής Γεωμετρίας (**Dynamic Geometry Software**) έχουν καθιερωθεί σε σχολεία, εκπαιδευτικά περιοδικά, ακόμα και σε πανεπιστημιακά τμήματα ως μια ελκυστική εναλλακτική λύση για την κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων και την μελέτη της Ευκλείδειας Γεωμετρίας και όχι μόνο. Ήδη από τις αρχές της δεκαετίας του 1990 έχουν εμφανιστεί δύο από τα πρώτα και πιο δημοφιλή **Λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας** τα **Geometer's SketchPad** (Jackiw, 1995) και **Cabri Geometry** (Texas Instruments, 1994).

Τα χαρακτηριστικά των προγραμμάτων αυτών διαφέρουν με τα χαρακτηριστικά των παραδοσιακών εργαλείων ως προς τα εξής:

1. Τα γεωμετρικά σχήματα είναι δυνατόν να μετακινηθούν και να μετασχηματιστούν αλληλεπιδραστικά. Με την επιλογή ενός σχήματος και την δυνατότητα *dragging* με το ποντίκι του υπολογιστή ο χρήστης μπορεί να «κινήσει» τα στατικά σχήματα και να τα μετατρέψει σε «δυναμικά» στη φύση τους.
2. Ένα μεμονωμένο αντικείμενο στην οθόνη του υπολογιστή αντιπροσωπεύει μια ολόκληρη κλάση γεωμετρικών αντικειμένων. Ο χρήστης μπορεί να κατασκευάσει για παράδειγμα ένα τετράγωνο το οποίο ακόμα και αν αλλάξει σε μέγεθος ή σε προσανατολισμό θα διατηρεί τις σταθερές κοινές ιδιότητες όλων των τετραγώνων.

Επιπλέον τα **Λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας** είναι κάτι περισσότερο από «αντίγραφα» της Ευκλείδειας Γεωμετρίας εξοπλισμένα με αλληλεπιδραστικά γραφικά. Τα εργαλεία, οι ορισμοί, οι τεχνικές εξερεύνησης και οι οπτικές αναπαραστάσεις που συνδέονται με την Δυναμική Γεωμετρία συμβάλλουν στην δημιουργία ενός περιβάλλοντος μάθησης ριζικά διαφορετικού από το παραδοσιακό πρότυπο του κανόνα και του διαβήτη (Laborde, 1998).

Όπως προαναφέρθηκε τα **Λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας** επιτρέπουν την αλληλεπίδραση με τον υπολογιστή. **Τίθεται όμως το ερώτημα αν η ευπλαστότητα των Λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας θα κάνει τις αναπαραστάσεις των γεωμετρικών αντικειμένων περισσότερο «διαφανείς» σε σχέση με τις στατικές αναπαραστάσεις του παραδοσιακού πλαισίου. Η μήπως η αλληλεπιδραστικότητα μπορεί να οδηγήσει σε γεωμετρικές παρανοήσεις ;**

Επίσης η προσπάθεια να χαρακτηριστούν οι ιδιότητες ενός αντικειμένου καθώς αυτό αλλάζει μέγεθος και περιστρέφεται, ενδεχομένως να οδηγήσει σε περιγραφές που δεν θα εμφανιστούν με την επισκόπηση ενός στατικού ισοδύναμου αντικειμένου. **Ποια γλώσσα χρησιμοποιούν οι μαθητές για να περιγράψουν την κίνηση που παρατηρούν;**

Τέλος οι λειτουργίες των εργαλείων της Δυναμικής Γεωμετρίας διαφέρουν σημαντικά από τις λειτουργίες του κανόνα και του διαβήτη. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου ένα συγκεκριμένο εργαλείο σε ένα πρόγραμμα Δυναμικής Γεωμετρίας ή μια κατασκευαστική τεχνική τελικά εμποδίζουν τον μαθητή να κατασκευάσει ένα γεωμετρικό αντικείμενο σωστά; (Laborde, 1993). Ή τα εργαλεία του **Geometer's SketchPad** ή του **Cabri Geometry** προωθούν νέες μεθόδους κατασκευής που δεν θα είχαν αναδειχθεί στο στατικό περιβάλλον;

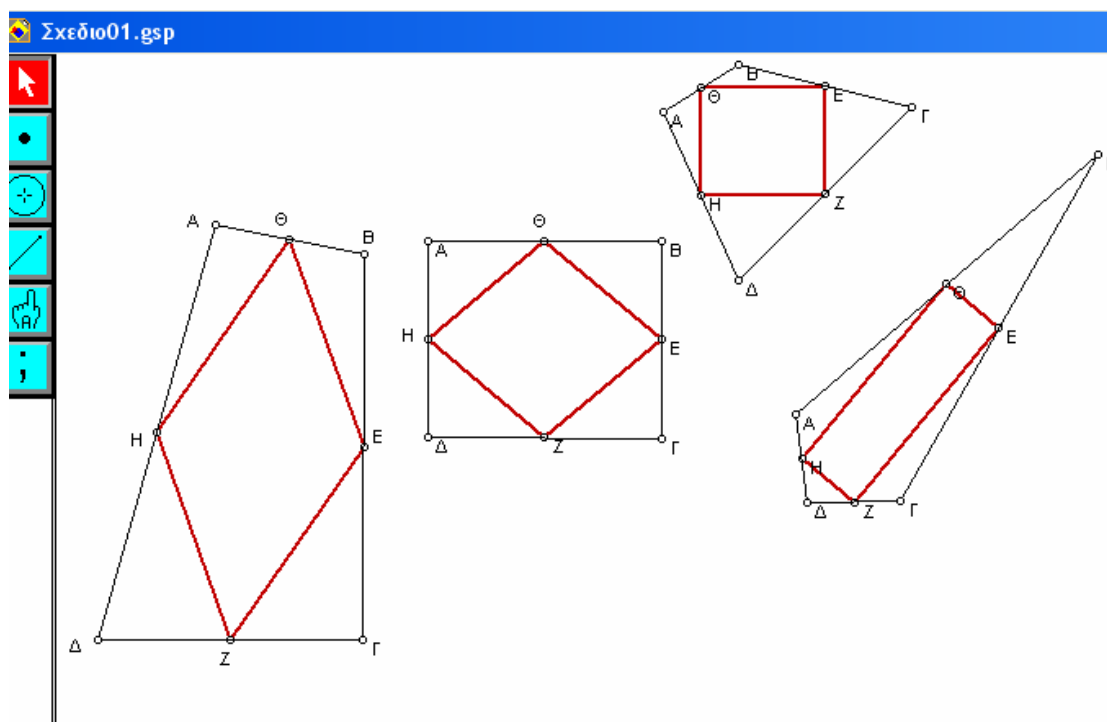
Από ακαδημαϊκή άποψη η διερεύνηση του πώς μια συγκεκριμένη τεχνολογική καινοτομία επηρεάζει την κατανόηση εννοιών της Γεωμετρίας προσφέρει μια ευκαιρία ελέγχου και ενδεχομένως τροποποίησης των θεωριών για την ανάπτυξη της γεωμετρικής αντίληψης. (Holzl, 1996).

Σε πρακτικό επίπεδο η έρευνα σχετικά με τη μάθηση μέσω **Λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας** είναι δυνατόν να ωφελήσει τρεις διαφορετικές ομάδες στην εκπαιδευτική κοινότητα: τους εκπαιδευτικούς, τους σχεδιαστές αναλυτικών προγραμμάτων αλλά και τους σχεδιαστές λογισμικού. Οι εκπαιδευτικοί ίσως χρησιμοποιήσουν τα αποτελέσματα της έρευνας για να αποφύγουν τις «παγίδες» που ενδεχομένως εμπεριέχει η χρήση τους στην διδασκαλία, οι σχεδιαστές αναλυτικών προγραμμάτων ίσως βρουν έμπνευση για καινοτομικές δραστηριότητες και οι σχεδιαστές λογισμικού ίσως ωφεληθούν από τη γνώση του

πόσο καλά μπορούν τα προγράμματα Δυναμικής Γεωμετρίας να υποστηρίξουν τις αναζητήσεις των χρηστών.

7.1 Μια αυξανόμενη εμπιστοσύνη στις οπτικές αναπαραστάσεις

Σε ένα παραδοσιακό σχολικό βιβλίο ένα γνωστό πρόβλημα θα ήταν δυνατόν να τεθεί ως εξής: Δίνεται ένα τυχαίο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ και έστω K, Λ, M, N τα μέσα των πλευρών του αντιστοίχως. Να αποδείξετε ότι το $K\Lambda M N$ είναι παραλληλόγραμμο.



Η οθόνη του SketchPad καθώς το αρχικό δυναμικό σχήμα μετασχηματίζεται.

Στο πρόβλημα αυτό διατυπώνεται εκ των προτέρων το τι πρέπει να αποδείξουν οι μαθητές οι οποίοι δεν ενθαρρύνονται στο να διαμορφώσουν τις δικές τους εικασίες. Στην καλύτερη περίπτωση στο σχολικό βιβλίο να δοθούν ορισμένα επιπλέον παραδείγματα με σχήματα για να περιορίσουν την δημιουργία λάθος παραδοχών. Με την Δυναμική Γεωμετρία, και με τα εργαλεία που τους παρέχει, οι μαθητές είναι σε θέση να κατασκευάσουν το δικό τους αλληλεπιδραστικό μοντέλο και να χρησιμοποιήσουν τις πάρα πολλές εκφάνσεις του προβλήματος που εμφανίζονται στην οθόνη του υπολογιστή, με σχήματα απόλυτης ακρίβειας, για να διερευνήσουν το πρόβλημα .

Βέβαια όσο μεγάλο και να είναι το μέγεθος της οπτικής πληροφορίας δεν μπορεί να αντικαταστήσει την επαγωγική αποδεικτική διαδικασία δεδομένου ότι πάντα

θα υπάρχουν περιπτώσεις που δεν επισημάνθηκαν και ελέγχθηκαν με το λογισμικό. Όμως η πληροφορία που συγκεντρώνεται και παρέχεται στον μαθητή του επιτρέπει να διαμορφώσει ισχυρές εικασίες που στη συνέχεια θα απορριφθούν ή θα επαληθευθούν με την τυπική αποδεικτική διαδικασία.

Με αυτό τον τρόπο τα Λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας ενισχύουν τους μαθητές στην κατεύθυνση της διαμόρφωσης των προσωπικών τους υποθέσεων εργασίας οι οποίες βασίζονται στην οπτική διερμηνεία της συμπεριφοράς των γεωμετρικών αντικειμένων στην οθόνη. Ο Bennet (1993) παρατηρεί ότι το SketchPad :

... ενθαρρύνει τους μαθητές να ακολουθήσουν μια ανακαλυπτική διαδικασία που προσομοιάζει με τον τρόπο που «εφευρίσκονται» τα Μαθηματικά. Οι μαθηματικοί πρώτα απεικονίζουν νοερά και αναλύουν ένα πρόβλημα και στη συνέχεια κάνουν υποθέσεις και προσπαθούν να τις αποδείξουν.

Αυτή η μετακίνηση προς την ανακαλυπτική προσέγγιση ενισχύει το αποτέλεσμα της οπτικής παρατήρησης σε σχέση με παλιά προγράμματα σπουδών για την Γεωμετρία. Οι μαθητές που εξερευνούν το παραλληλόγραμμο στο παράδειγμα που προηγήθηκε επικεντρώνονται στις γεωμετρικές ιδιότητες του τετραπλεύρου ΚΑΜΝ καθώς αυτό μετασχηματίζεται δυναμικά στην οθόνη του υπολογιστή και επισημαίνουν την παραλληλία ή την ισότητα των απέναντι πλευρών του.

7.2 Ο ρόλος των σταθερών στα Μαθηματικά

Κάθε ευρύτερη θεματική ενότητα των μαθηματικών χαρακτηρίζεται από την ορολογία της και τις τεχνικές της. Σε όλες όμως τις περιοχές υπάρχουν έννοιες με παγκόσμια εφαρμογή και μια τέτοια είναι η έννοια των σταθερών, των ποσοτήτων δηλαδή εκείνων που σε κάθε μαθηματικό σύστημα παραμένουν σταθερές ενώ άλλες αλλάζουν. (Cuoco et al, 1996).

Στην επίλυση αλγεβρικών εξισώσεων οι σταθερές εμφανίζονται συστηματικά και είναι εμφανείς. Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο και στο πεδίο της Γεωμετρίας. Ενώ σε μια εξίσωση η διάκριση μεταξύ σταθερών και μεταβλητών είναι εύκολη και ευνοείται από τη συμβολική αναπαράσταση, σε ένα γεωμετρικό σχήμα, για παράδειγμα ένα ισοσκελές τρίγωνο, η έννοια της σταθεράς είναι περισσότερο γενική και δυσδιάκριτη. Εδώ σταθερή είναι η ισότητα των πλευρών ή των γωνιών ενώ μεταβλητό μπορεί να είναι το μήκος των πλευρών ή το μέτρο των γωνιών ή η απόσταση της κορυφής από τη βάση κ.λ.π. Τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας εισάγουν μια αντίληψη για τις σταθερές που δεν είναι προφανής όταν διαχειρίζεσαι ένα σχήμα στο περιβάλλον χαρτί – μολύβι. Στο περιβάλλον αυτό η διερεύνηση για το αν το τρίγωνο είναι ισοσκελές περιλαμβάνει μια διαδικασία μέτρησης ενώ στο περιβάλλον Λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας η διερεύνηση στοχεύει στο αν οι πλευρές του τριγώνου παραμένουν ίσες καθώς αυτό δυναμικά

μετασχηματίζεται και αυτός είναι ο ορισμός του ισοσκελούς τριγώνου στο περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας (Finzer & Bennett, 1995, Glass & Deckert , 2001). Ένα τρίγωνο στο περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας είναι ισοσκελές αν η ισότητα των πλευρών του είναι σταθερή όταν μετασχηματίζεται. Αντιθέτως αν ένα τρίγωνο με τον δυναμικό μετασχηματισμό δεν διατηρεί την ισότητα των γωνιών του δεν είναι ένα κατασκευασμένο ισοσκελές τρίγωνο αλλά απλά ένα σχέδιο.

Η παρουσία των σταθερών στα περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας σηματοδοτεί μια θεμελιώδη αλλαγή στον ορισμό των γεωμετρικών σχημάτων με σοβαρή επίπτωση στις κατασκευές και στη μάθηση των γεωμετρικών εννοιών. Είναι όμως οι μαθητές σε θέση να αναγνωρίσουν τα γεωμετρικά σχήματα με βάση τις σταθερές ιδιότητες που παρατηρούν όταν αλληλεπιδρούν με ένα τέτοιο περιβάλλον; Έχουν την δυνατότητα να κατασκευάσουν τα δικά τους αντίστοιχα σχήματα με αυτά τα σταθερά χαρακτηριστικά; **Όπως και σε ένα στατικό περιβάλλον οι μαθητές αναγνωρίζουν μεν το ισοσκελές τρίγωνο, αλλά δεν μπορούν να το κατασκευάσουν με κανόνα και διαβήτη ίσως και στο περιβάλλον Λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας να έχουν ανάλογη δυσκολία** (Laborde, 1993).

7.3 Σχετική έρευνα και θεωρία

Η καινοτομία της κίνησης και η αλλαγή στη γλώσσα

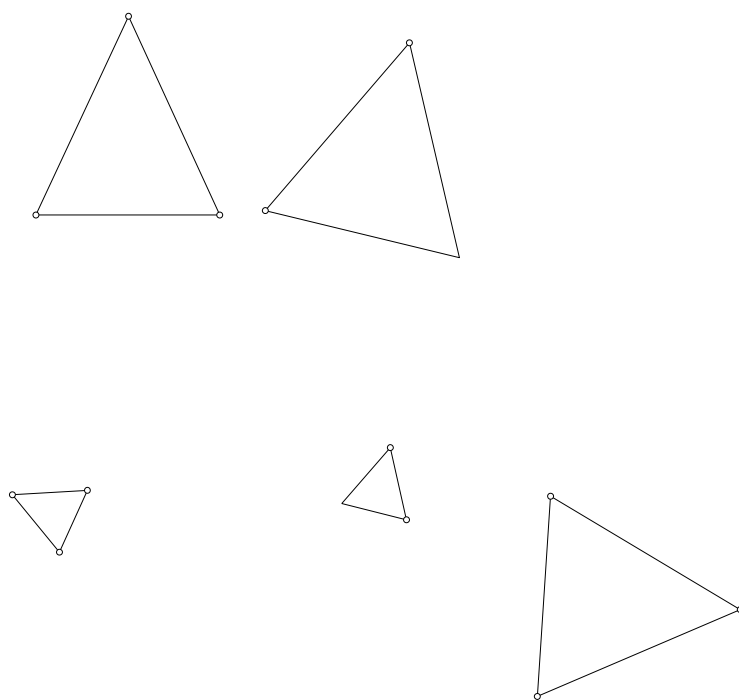
Η κίνηση που χαρακτηρίζει την Δυναμική Γεωμετρία δεν είναι κάτι καινούριο. Υπήρχε από νωρίτερα μια παράδοση που προσπαθούσε με τα τεχνολογικά εργαλεία κάθε εποχής να επιτύχει μη στατικές αναπαραστάσεις. Ο Syer το 1945 περιγράφει την δυνατότητα του φιλμ να δημιουργεί «συνεχείς» γεωμετρικές αναπαραστάσεις:

Εκτός από τις κανονικές επιδείξεις των γεωμετρικών σχημάτων θα ήταν ενδιαφέρον να αξιοποιήσουμε τις κινούμενες εικόνες τους. Στις ταινίες επίπεδης γεωμετρίας τα σχήματα έχουν την δυνατότητα να αλλάξουν μορφή θέση και χρώμα και αυτή η συνεχής διαδοχή εικόνων συγχρονίζεται με την προφορική περιγραφή αλλά και είναι αρκετά γρήγορη όσο και η νοητική διεργασία που αναπτύσσει την έννοια στο μυαλό του θεατή. Έτσι εξοικονομείται χρόνος αφού η παρουσίαση και η σκέψη εξελίσσονται ταυτόχρονα.

Μια θεωρία γνωστή ως το φαινόμενο του πρωτοτύπου (Prototype Phenomenon) αναλύεται παρακάτω με στόχο να εξηγήσει την επίδραση της κίνησης στην μάθηση της Γεωμετρίας.

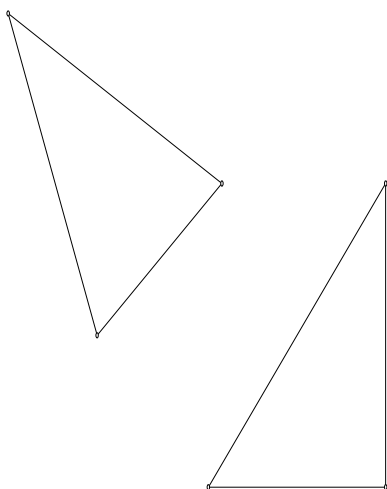
Το φαινόμενο του πρωτοτύπου

Στις έρευνες που αφορούν την διδασκαλία και τη μάθηση της γεωμετρίας στο στατικό περιβάλλον πίνακας – κιμωλία ή μολύβι – χαρτί οι ερευνητές επισημαίνουν μια τάση των μαθητών στην προσπάθεια να προσδιορίσουν τα γεωμετρικά αντικείμενα : Παρατηρώντας μια συλλογή από τρίγωνα στο χαρτί είναι περισσότερο πιθανό να προσδιορίσουν ένα τρίγωνο σαν ισοσκελές όταν η βάση του είναι τοποθετημένη στην οριζόντια θέση παρά στην πλάγια. Όμοια ένα ορθογώνιο τρίγωνο εντοπίζεται όταν η ορθή γωνία έχει της πλευρές της παράλληλες με τις πλευρές του τετραδίου παρά σε άλλη θέση (Clements & Battista, 1992, Yerushalmy & Chazan , 1993).



Παρόλο που τα πέντε τρίγωνα αποτελούν προϊόντα μετασχηματισμού του πρώτου μόνο το πρώτο αναγνωρίζεται σαν ισοσκελές

ή



ως ορθογώνιο επιλέγεται μόνο το δεύτερο τρίγωνο

Ο Hasegawa (1997), αναφέρεται σε αυτά τα ευρήματα με τον όρο Prototype Phenomenon και ισχυρίζεται ότι οι μαθητές μέσα από την καθημερινή εμπειρία και την μαθησιακή δραστηριότητα αναπτύσσουν νοητικές αναπαραστάσεις των γεωμετρικών σχημάτων ως πρωτότυπα. Μια στατική εικόνα ενός ισοσκελούς τριγώνου για παράδειγμα στο σχολικό βιβλίο είναι ενδεχόμενο να οδηγήσει τους μαθητές σε μια υπερ- γενίκευση και στην άποψη ότι μόνο τα τρίγωνα με τη βάση τοποθετημένη οριζόντια είναι ισοσκελή.

Τα Λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας επιτρέπουν στους μαθητές να μετακινήσουν σύροντας τα σχήματα σε οποιαδήποτε θέση επιθυμούν και να παρατηρήσουν να αλλάζουν με ένα τρόπο συνεχή. Σε διαισθητικό επίπεδο είναι λογικό να υποθέσουμε ότι η δυνατότητα της κίνησης που παρέχουν τα Λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας βοηθούν τους μαθητές να αποφύγουν την υπεργενίκευση των ειδικών χαρακτηριστικών μιας στατικής εικόνας .

Τέλος στα τρία πρώτα επίπεδα van Hiele δίνεται έμφαση στις λεκτικές περιγραφές των μαθητών για τα στατικά γεωμετρικά σχήματα. **Είναι όμως συναφή αυτά τα επίπεδα με την εξέλιξη της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών σε ένα περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας;** Στη συνέχεια αναλύεται η θεωρία της **εγκατεστημένης περιγραφής** η οποία προσπαθεί να εξηγήσει γιατί κάτι τέτοιο είναι αναμενόμενο.

Εγκατεστημένη Περιγραφή

Καθώς οι μαθητές μελετούν τη Γεωμετρία σε διαφορετικά περιβάλλοντα είναι πιθανό οι σύλληψη των εννοιών να διαφέρει μεταξύ του στατικού και του δυναμικού περιβάλλοντος. Η έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών έχει αποκαλύψει ότι το περιβάλλον ή «η κατάσταση» μέσα στην οποία συντελείται η μάθηση επηρεάζει τον τρόπο με τον οποίο η γνώση προσλαμβάνεται και διερμηνεύεται (Fennema & Franke, 1992). Ο όρος Situated Knowledge

(Εγκατεστημένη Γνώση) δηλώνει ότι η μάθηση δεν είναι ανεξάρτητη από το περιβάλλον μέσα στο οποίο συμβαίνει.

Ο Holzl (1996) προτείνει μια θεωρία υπό τον τίτλο **Εγκατεστημένη Περιγραφή** σύμφωνα με την οποία οι μαθητές που χρησιμοποιούν μαθηματικό εκπαιδευτικό λογισμικό αναπτύσσουν μια γλώσσα και ορολογία που αντικατοπτρίζει τους τύπους των αλληλεπιδράσεων που βιώνουν με το λογισμικό. Η περιγραφή εννοιών σε αυτή την περίπτωση συμπεριλαμβάνει ενεργητικά ρήματα ιδίως εκείνα που εκφράζουν κίνηση.

7.3.1 Η μάθηση της Γεωμετρίας

Το έργο των Ολλανδών ερευνητών Pierre και Dina van Hiele είναι ίσως η περισσότερο διάσημη έρευνα για τη μάθηση της – στατικής – Γεωμετρίας. Αν και την εισηγήθηκαν για πρώτη φορά στο τέλος της δεκαετίας του 1950 ακόμα και σήμερα επηρεάζει την σχετική έρευνα και τον σχεδιασμό ανάλογων προγραμμάτων σπουδών. Το μοντέλο τους για την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών αποτελείται από 5 στάδια- επίπεδα (Οπτικό, Αναλυτικό-περιγραφικό, Αφηρημένο- Σχετιστικό, Παραγωγικού συλλογισμού , Αυστηρό-Μαθηματικό) τα οποία έχουν σε ικανοποιητικό βαθμό αναλυθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο αυτής της εργασίας. Για αυτό το λόγο αναφέρονται συνοπτικά για λόγους συνοχής του κειμένου:

Πρώτο στάδιο : Οπτικό

Οι μαθητές αναγνωρίζουν τα αντικείμενα μόνο από την συνολική τους εμφάνιση – ολιστική αντιμετώπιση – και όχι από τις γεωμετρικές τους ιδιότητες. Για παράδειγμα ένα αντικείμενο είναι ορθογώνιο επειδή μοιάζει σε μια πόρτα.

Δεύτερο στάδιο : Περιγραφικό – Αναλυτικό

Οι μαθητές περιγράφουν τα γεωμετρικά αντικείμενα περισσότερο βάσει των ιδιοτήτων τους παρά με βάση την εμφάνιση των σχημάτων. Ένα τετράπλευρο είναι τετράγωνο επειδή έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ορθές

Τρίτο στάδιο : Αφηρημένο- Συσχετιστικό

Οι μαθητές χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των σχημάτων για να τα κατατάξουν ιεραρχικά και να ορίσουν κλάσεις αντικειμένων. Ένα τετράγωνο για παράδειγμα είναι ειδική περίπτωση ορθογωνίου. Επίσης από μια ιδιότητα του αντικειμένου είναι δυνατόν να συμπεράνουν άλλες, και είναι σε θέση να διακρίνουν τις αναγκαίες και ικανές συνθήκες που χαρακτηρίζουν τις προτάσεις της γεωμετρίας.

Τέταρτο στάδιο: (παραγωγικός συλλογισμός/deduction)

Οι μαθητές κατανοούν τη σημασία του παραγωγικού συλλογισμού και τους ρόλους των αξιωμάτων, των θεωρημάτων και της απόδειξης (οι αποδείξεις μπορούν να γραφούν με κατανόηση). Είναι σε θέση να κατασκευάσουν αποδείξεις στα πλαίσια ενός αξιωματικού συστήματος

Πέμπτο στάδιο: (Αυστηρότητα/rigor)

Οι μαθητές κατανοούν την αναγκαιότητα για αυστηρότητα και είναι σε θέση να πραγματοποιήσει αφηρημένους παραγωγικούς συλλογισμούς. (οι μη-Ευκλείδειες γεωμετρίες μπορεί να κατανοηθούν). Οι μαθητές συγκρίνουν αξιωματικά συστήματα

Οι Clements & Battista (1992) επίσης προτείνουν την ύπαρξη **του επιπέδου 0**, που αυτοί καλούν προ-αναγνώρισης. Οι μαθητές σε αυτό το επίπεδο παρατηρούν μόνο ένα υποσύνολο των οπτικών χαρακτηριστικών μιας μορφής, με συνέπεια μια ανικανότητα να διακρίνουν μεταξύ των σχημάτων. Παραδείγματος χάριν, μπορούν να διακρίνουν μεταξύ των τριγώνων και των τετραπλεύρων, αλλά δεν είναι σε θέση να διακρίνουν μεταξύ ενός ρόμβου και ενός παραλληλογράμμου.

Σύμφωνα με τα επίπεδα van Hiele οι μαθητές περνούν από το ένα στάδιο στο άλλο χωρίς να παραλείπουν κανένα από αυτά (Clements & Battista, 1992; van Hiele 1986). Η επίτευξη ενός επιπέδου εξαρτάται περισσότερο από τη μέθοδο διδασκαλίας παρά από την ηλικία και την ωριμότητα του μαθητή. Τα επίπεδα van Hiele έχουν αποτελέσει τη βάση όχι μόνο για έρευνες σχετικά με τη στατική γεωμετρία αλλά και για δύο τουλάχιστον προγράμματα σπουδών με βάση την Δυναμική Γεωμετρία (Battista 1998, Choi 1996).

Από πρόσφατη έρευνα (Τζίφας Ν. , 2006) μεταξύ 1838 Ελλήνων μαθητών που φοιτούν στην πρώτη και την δεύτερα Λυκείου προέκυψε ότι: το 60,6% των μαθητών βρίσκονται στο πρώτο και 2^ο επίπεδο van Hiele ενώ μόνο το 27,5% στα υπόλοιπα. Επιβεβαιώνονται όπως φαίνεται και για την Ελλάδα τα συμπεράσματα των Usiskin (1982), Wirszup (1976) και Hoffer (1986) από τις έρευνες που έκαναν στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής, δηλαδή οι περισσότεροι μαθητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης βρίσκονται στα επίπεδα 1 και 2 της θεωρίας Van Hiele. Επομένως το συμπέρασμα αυτό εξηγεί, σύμφωνα πάντα βέβαια με την θεωρία των van Hiele, γιατί υπάρχουν προβλήματα σήμερα στην διδασκαλία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στην Ελλάδα. Για να γίνει κατανοητή η Ευκλείδεια Γεωμετρία το επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών έπρεπε να ήταν το 4ο επίπεδο της θεωρίας των van Hiele. Το γεγονός ότι στην Ελλάδα η γεωμετρία διδάσκεται οργανωμένα επί πολλά χρόνια, δεν επηρέασε όπως φαίνεται τα αποτελέσματα, τα οποία εμφανίζονται να είναι τα ίδια στις χώρες στις οποίες έχουν γίνει αντίστοιχες έρευνες και η διδασκαλία της γεωμετρίας ήταν

προαιρετική. Σε αυτή την περίπτωση αναδύεται ένα ερώτημα σχετικά με το **γιατί πολλοί μαθητές δε μαθαίνουν ούτε τις απλούστερες γεωμετρικές έννοιες στις πρώτες τάξεις του γυμνασίου με αποτέλεσμα να μην γνωρίζουν τις έννοιες αυτές όταν αποφοιτούν από το γυμνάσιο;**

Στην δεκαετία του 1980 ένα ισχυρό εργαλείο της εκπαιδευτικής τεχνολογίας έκανε την εμφάνισή του: Ο γραφικός υπολογιστής (Graphic Calculators). Αντίθετα με τους παλιούς υπολογιστές τσέπης που το μόνο που εμφάνιζαν στην οθόνη ήταν αριθμοί και αποτελέσματα πράξεων μεταξύ τους οι Graphic Calculators παρείχαν την δυνατότητα απεικόνισης του γραφήματος μιας συνάρτησης στην οθόνη τους όταν οι μαθητές πληκτρολογούσαν μια εξίσωση. Η δυνατότητα δημιουργίας γραφημάτων, καθορισμού της κλίμακας αναπαράστασης του γραφήματος και μεταβολής των παραμέτρων της εξίσωσης κίνησαν το ενδιαφέρον των παιδαγωγών με αποτέλεσμα την ευρεία χρήση των Graphic Calculators στην Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση τουλάχιστον των Ηνωμένων Πολιτειών και μερικώς στην Ευρώπη.

Ορισμένοι όμως ήταν διστακτικοί. Ο Paul Goldenberg διεξήγαγε μια έρευνα όπου έθετε το ερώτημα αν και κατά πόσο οι Graphic Calculators και οι οπτικές αναπαραστάσεις των συναρτήσεων που προσέφεραν, αλλάζουν τον τρόπο που οι μαθητές αντιλαμβάνονται τις συναρτήσεις και τα γραφήματά τους και προσπαθούσε να φέρει στην επιφάνεια τις αντιλήψεις των μαθητών για τις συναρτήσεις όταν χρησιμοποιούν ένα περιβάλλον γραφικού υπολογιστή. (Goldenberg 1988). Με την έλευση της δυναμικής γεωμετρίας την δεκαετία του 1990 παρουσιάστηκε το φαινόμενο για μια ακόμα φορά ένα νέο τεχνολογικό εργαλείο να εισέρχεται στα σχολεία χωρίς να προϋπάρχει πλήρης αντίληψη για το πώς επηρεάζει την μάθηση. Πως τα εργαλεία και οι αναπαραστάσεις που παρέχει η Δυναμική Γεωμετρία επηρεάζουν τις αντιλήψεις των μαθητών για τα γεωμετρικά αντικείμενα; **Θα ήταν δυνατόν η Δυναμική Γεωμετρία να οδηγήσει σε κάποια βελτίωση των μαθησιακών αποτελεσμάτων στην Γεωμετρία και με ποιο τρόπο;**

Σύμφωνα με την εποικοδομιστική αντίληψη η αφαίρεση είναι κρίσιμος μηχανισμός οποίος επιτρέπει στους μαθητές να κατασκευαστούν τις νοητικές οντότητες που χρησιμοποιούν για να συλλογιστούν και να συλλάβουν τα μαθηματικά. **Αφαίρεση δε είναι η διαδικασία με την οποία η νόηση επιλέγει, συντονίζει, ενοποιεί και εγγράφει στη μνήμη ένα σύνολο νοητικών αντικειμένων ή πράξεων.** Η στοχαστική αφαίρεση με στοιχεία νοητικά αντικείμενα τα οποία ήδη έχουν περάσει από τη διαδικασία της αφαίρεσης τα συντονίζει σε νέες μορφές ή δομές που είναι δυνατόν να

χρησιμοποιηθούν για την αφαίρεση άλλων εννοιών στο μέλλον (von Glasersfeld, 1995). Η μάθηση των μαθηματικών προκύπτει όταν οι μαθητές «αναμετρώνται» με τις γνωστικές τους δομές για να αντιμετωπίσουν ανατρεπτικές και μη αναμενόμενες καταστάσεις σχετικά με τις αντιλήψεις τους για τα μαθηματικά αντικείμενα. (Cobb, 1994; Steffe, 1988; von Glasersfeld, 1995). Το να κατανοήσεις τα μαθηματικά όμως απαιτεί κάτι περισσότερο από τη διαδικασία της αφαίρεσης. Προϋποθέτει και **αναστοχασμό** που είναι **η συνειδητή διαδικασία αναπαράστασης εμπειριών, δράσεων ή νοητικών διεργασιών και θεώρησης των αποτελεσμάτων τους ή των συστατικών τους στοιχείων.**

Για αυτό το λόγο, σύμφωνα με την την εποικοδομιστική αντίληψη το να οδηγήσεις τους μαθητές στην ανάπτυξη ορθών μαθηματικών αντιλήψεων προϋποθέτει ότι η διδασκαλία θα ενισχύσει τόσο την αφαίρεση όσο και τον αναστοχασμό. Πρέπει να επικεντρωθεί στις νοητικές ενέργειες των μαθητών σε σχέση με τα ζητήματα που πρέπει να μάθουν, να ενθαρρύνει τους μαθητές να αναστοχαστούν σχετικά με την ορθότητα των διαμορφωμένων αντιλήψεών τους και να προκαλέσει τις απαραίτητες γνωστικές συγκρούσεις για την αναθεώρηση των λανθασμένων ή ελλιπών αντιλήψεών τους.

Τα νοητικά μοντέλα (mental models) είναι σύνολα αφαιρέσεων που ενεργοποιεί η νόηση για την ερμηνεία καταστάσεων και επίλυση προβλημάτων. Τα άτομα σκέπτονται σχετικά με μια κατάσταση ενεργοποιώντας τα νοητικά μοντέλα, που ήδη έχουν σχετικά με τις εμπλεκόμενες έννοιες, ώστε να διερευνήσουν, συνδυάσουν και μετασχηματίσουν αντικείμενα και να προσδιορίσουν πιθανές λύσεις για το πρόβλημα. Τα νοητικά μοντέλα των ατόμων όμως υπόκεινται σε περιορισμούς που σχετίζονται με τις γνώσεις τους και τις πεποιθήσεις τους. Χωρίς την διαδοχική ανάπτυξη νοητικών μοντέλων από το φυσικό στο νοητικό και στη συνέχεια στο συμβολικό πεδίο χειρισμού η μάθηση των μαθηματικών συμβολικών συστημάτων δεν είναι ουσιαστική αλλά καθαρά συντακτική.

Τα υπολογιστικά περιβάλλοντα που από το σχεδιασμό τους χαρακτηρίζονται από δυνατότητες διατύπωσης και επίλυσης προβλήματος, διερεύνηση και έλεγχο υποθέσεων είναι δυνατόν να προκαλέσουν την δημιουργία και ανάπτυξη από τους μαθητές των κατάλληλων νοητικών μοντέλων για τις μαθηματικές έννοιες που θα τους επιτρέψουν να ασχοληθούν με φυσικά νοητικά και συμβολικά μαθηματικά φαινόμενα. Παράλληλα επιτρέπουν και τη δράση ώστε ο μαθητής αυτόνομα να οδηγηθεί στον επαναπροσδιορισμό των αντιλήψεών του σε σχέση με τα μαθηματικά αντικείμενα.

Είναι σκόπιμο οι μαθητές να καλούνται να προβλέψουν πριν να δράσουν και οι αναντιστοιχίες των προβλέψεων και των αποτελεσμάτων τους οδηγεί σε γνωστική σύγκρουση και επανακατασκευή του γνωστικού τους οικοδομήματος.

Τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας παρέχουν την δυνατότητα του άμεσου χειρισμού που ισοδυναμεί με τον φυσικό χειρισμό αλλά και υποστηρίζουν την διερεύνηση και την συμβολική έκφραση. Από αυτή την άποψη ίσως θα υποστήριζαν σαν διδακτικά εργαλεία αποτελεσματικότερα το πέρασμα από τα χαμηλότερα στα υψηλότερα επίπεδα της θεωρίας van Hiele παρά το περιβάλλον χαρτί μολύβι ή πίνακας κιμωλία.

Συνοψίζοντας η έλευση των λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας είναι δυνατόν να φέρει σημαντική βελτίωση στο μαθησιακό αποτέλεσμα στις τάξεις της γεωμετρίας; Είναι δυνατόν να συμβάλλουν στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των μαθητών σε βαθμό σημαντικότερο από αυτό που προκύπτει από μια παραδοσιακή τάξη; Είναι δυνατόν να αλλάξουν τον τρόπο διδασκαλίας που ακολουθείται σήμερα και να ενισχύσουν την τάση για αυτόνομη μάθηση και κατασκευή της γνώσης μειώνοντας ενδεχομένως το προαπαιτούμενο γνωστικό φορτίο; Και ποια είναι τα νέα δεδομένα σε σχέση με τον – διαφορετικό – τρόπο που αντιλαμβάνονται και χειρίζονται οι μαθητές τα γεωμετρικά αντικείμενα; Ποιες νέες αντιλήψεις διαμορφώνονται και ποια νέα μαθησιακή κουλτούρα αναδύεται; Υπάρχουν, τέλος αδυναμίες και μειονεκτήματα στη χρήση αυτών των περιβαλλόντων για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας εν συγκρίσει με τα παραδοσιακά εργαλεία;

Το ενδιαφέρον μας εστιάζεται λοιπόν σε δύο διαφορετικά ερωτήματα :

Πως είναι δυνατόν η χρήση των περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας να βελτιώσει το μαθησιακό αποτέλεσμα και την ανάπτυξη κριτικής σκέψης στο μάθημα της Γεωμετρίας

και

Πως οι μαθητές λειτουργούν σε ένα τέτοιο περιβάλλον; Πως αλληλεπιδρούν με τα αντικείμενα, τι γλώσσα χρησιμοποιούν για να περιγράψουν τις ενέργειές τους και ποια ενδεχομένως γνωστικά εμπόδια συναντούν λόγω των ιδιοτήτων των προγραμμάτων αυτών;

7.4 Η μελέτη περίπτωσης

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι να παρουσιάσει τα αποτελέσματα μιας προσωπικής έρευνας – μάλλον μελέτης περίπτωσης (case study) η οποία έγινε

μέσω συνεντεύξεων και παρατήρησης σε δώδεκα μαθητές της Α' Γυμνασίου το σχολικό έτος 2004-2005 στο Γυμνάσιο Βραχναϊκών Αχαΐας. Ο σκοπός της μελέτης ήταν να δοθούν ενδεικτικές απαντήσεις σε κάποια από τα ερωτήματα που τέθηκαν παραπάνω σχετικά με την αξιοποίηση των λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας σε αυτό το επίπεδο. Το μέγεθος του δείγματος των μαθητών δεν είναι βέβαια δυνατόν να μας δώσει πειστικές απαντήσεις σε αυτά τα ερωτήματα. Είναι όμως ενδιαφέρον να εξετάσουμε τα αποτελέσματα τα οποία θα μπορούσαν ίσως να αποτελέσουν εφελκυστήριο για μελλοντικές έρευνες ευρείας κλίμακας σχετικά με τη χρήση των λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας και την αποτελεσματικότητα αυτής της χρήσης για τη μάθηση της Γεωμετρίας.

Σχεδιασμός της μελέτης περίπτωσης

Τα αντικείμενα της μελέτης που διαμόρφωσαν τα ερωτήματα που τέθηκαν στους μαθητές ήταν τα εξής:

- Είναι οι μαθητές σε θέση να αναγνωρίσουν οπτικά τα γεωμετρικά σχήματα και σε ποιο βαθμό ο προσανατολισμός των σχημάτων επηρεάζει την επιλογή τους; (prototype phenomenon)
- Η αναγνώριση των σχημάτων γίνεται ολιστικά λόγω της μορφής τους ή λόγω της γνώσης των ιδιοτήτων τους από τους μαθητές; (πρώτο και δεύτερο επίπεδο van Hiele) ;
- Οι μαθητές γνωρίζουν το σύνολο των ιδιοτήτων συγκεκριμένων γεωμετρικών σχημάτων; Αν όχι είναι δυνατόν να προχωρήσουν σε ανακάλυψη και καταγραφή των ιδιοτήτων τους μετά από την αλληλεπίδραση με δυναμικά σχήματα στο περιβάλλον του SketchPad και παρατήρηση των σταθερών ιδιοτήτων τους ;
- Πώς οι μαθητές εξερευνούν και διερμηνεύουν την συμπεριφορά των προκατασκευασμένων αντικειμένων σε ένα περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας; Πώς οι μαθητές χαρακτηρίζουν τις σταθερές γεωμετρικές ιδιότητες όπως η ισότητα , η παραλληλία ή η καθετότητα;
- Είναι οι μαθητές σε θέση μετά από αυτό το στάδιο να προσδιορίσουν τις ικανές συνθήκες για τον προσδιορισμό του γεωμετρικού αντικειμένου και να αναγνωρίσουν τάξεις εγκλεισμού (το τετράγωνο είναι ορθογώνιο όχι το όμως αντίθετο) ;
- Μπορούν οι μαθητές να διακρίνουν την διαφορά στη γεωμετρική συμπεριφορά του αντικειμένου που είναι σύμφυτη με τις γεωμετρικές του

ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά του που απορρέουν από τα σχεδιαστικά χαρακτηριστικά του SketchPad;

- Πώς χρησιμοποιούν οι μαθητές τα εργαλεία του SketchPad για να κατασκευάσουν ένα ταυτόσημο με το προκατασκευασμένο αντικείμενο ;

Η θεματική ενότητα που επιλέχθηκε για την μελέτη ήταν αυτή των παραλληλογράμμων και των τριγώνων

Οι ενέργειες- στόχοι που ζητήθηκαν από τους μαθητές μέσα από τις οδηγίες και τα φύλλα δραστηριότητας είναι οι παρακάτω :

- Να εξερευνήσουν πώς κινούνται τα αντικείμενα και τα μέρη τους σε αντίδραση των ενεργειών τους μέσω του ποντικιού.
- Να αλληλεπιδράσουν με τα αντικείμενα και να συνειδητοποιήσουν τη διαφορά μεταξύ σχεδίου και γεωμετρικού σχήματος.
- Να περιγράψουν προφορικά τις κινήσεις των γεωμετρικών σχημάτων που παρατηρούν και να συγκεκριμενοποιήσουν ποια στοιχεία τους παραμένουν σταθερά και ποια όχι.
- Να ταξινομήσουν τα αντικείμενα βάσει κοινών ιδιοτήτων και να οδηγηθούν σε ορισμό
- Να κατασκευάσουν ταυτόσημα αντικείμενα με τα εργαλεία του SketchPad

Η έρευνα έχει δείξει ότι ένα σημαντικό βήμα στην ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης από τους μαθητές είναι το πέρασμα από την οπτική και ολιστική αντιμετώπιση των γεωμετρικών σχημάτων στην αναλυτική συνειδητοποίηση των σχέσεων μεταξύ των μερών του σχημάτων. Ο συλλογισμός και η σύλληψη των ιδιοτήτων των σχημάτων είναι μεγάλο βήμα, στην κατεύθυνση αυτή και ερευνητικά δεδομένα υποστηρίζουν ότι η δυναμική γεωμετρία είναι ισχυρό εργαλείο για το πέρασμα στο συλλογισμό με βάση τις ιδιότητες των σχημάτων (Battista 1998; Clements and Battista 1992). Για αυτό το λόγο αποφασίσαμε να προκατασκευάσουμε ορισμένα σχήματα πριν τις συνεντεύξεις και στη συνέχεια να ζητήσουμε από τους μαθητές να εξερευνήσουν και να περιγράψουν τις ιδιότητές τους μέσα από τον δυναμικό χειρισμό. Μόνο τότε θα μπορούσαμε να τους ζητήσουμε να κατασκευάσουν εκ του μηδενός τα σχήματα.

Σχεδιάστηκε μια σειρά από δραστηριότητες σκοπό είχαν να τους μαθητές να περάσουν από τα πρώτα τρία επίπεδα van Hiele – από το οπτικό στο περιγραφικό – αναλυτικό και στη συνέχεια στο αφηρημένο -συσχετιστικό (Battista, 1998b) .

Στις αρχικές δραστηριότητες όλοι οι μαθητές χρησιμοποίησαν τα προκατασκευασμένα σχήματα για να αναπαράγουν τα αρχικά. Προστέθηκε η δυνατότητα της μέτρησης και οι μαθητές προσπάθησαν να κατατάξουν τα σχήματα.

Οι δραστηριότητες σχεδιάστηκαν ώστε μέσα από την αλληλεπίδραση των μαθητών με τα σχήματα να αναπτυχθούν νοητικά μοντέλα που ήταν δυνατόν να οδηγήσουν σε συλλογισμούς σχετικά με τις ιδιότητες των γεωμετρικών σχημάτων. Μαθητές της Α' Γυμνασίου δουλεύοντας ατομικά ή σε ζευγάρια επεξεργάστηκαν και αλληλεπίδρασαν με προκατασκευασμένα σχήματα στο Geometer's SketchPad.

Οι μαθητές ήλθαν εθελοντικά. Χρησιμοποιήθηκε το σχολικό εργαστήριο σε ώρες εκτός σχολικού προγράμματος. Εισαγωγικά στους μαθητές εξηγήθηκε τι θα κάνουν και στη συνέχεια πειραματίστηκαν με τα εργαλεία κατασκευών βασικών γεωμετρικών σχημάτων – όπως σημείο, ευθεία, κύκλος – για την δημιουργία απλών κατασκευών. Για να δοθεί έμφαση στο γεγονός ότι τα σχήματα είναι δυνατόν να μετασχηματιστούν δηλαδή να μεταφερθούν, να περιστραφούν, να αυξομειωθούν ζητήθηκε από τους μαθητές να “σύρουν” τα αντικείμενα και να περιγράψουν τις επιπτώσεις που παρατηρούν. Αρκετές δραστηριότητες που τους υποδείχθηκαν έδιναν έμφαση στην σημασία της ιεράρχησης των ενεργειών για να ολοκληρωθεί μια κατασκευή: για να κινηθεί ένα σημείο σε ένα ευθύγραμμο τμήμα πρέπει πρώτα να κατασκευαστεί το τμήμα και στη συνέχεια να τοποθετηθεί το σημείο σε αυτό. (δες παράρτημα Β).

Στη συνέχεια οι μαθητές εξερεύνησαν το μενού **Κατασκευή** του SketchPad και εξοικειώθηκαν με αυτό κατασκευάζοντας μέσα, παράλληλες και κάθετες γραμμές και το μενού **Μέτρηση** ώστε να μπορέσουν να χρησιμοποιήσουν τις μετρήσεις για την διερεύνησή τους. Αφού οι μαθητές αλληλεπίδρασαν με προκατασκευασμένα σχήματα τους ζητήθηκε να επισημάνουν τους τύπους κίνησης, τους περιορισμούς που είναι εμφανείς στην κατασκευή, και τις γεωμετρικές σχέσεις μεταξύ των αντικειμένων.

Στην επόμενη συνάντηση, τρεις ημέρες μετά, οι μαθητές συγκεντρώθηκαν σε ομάδες των έξι ατόμων που διαδοχικά εργάστηκαν για δύο περίπου ώρες η κάθε μία στο σχολικό εργαστήριο. Σε πρώτη φάση τους ζητήθηκε να απαντήσουν σε ορισμένες ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής ώστε να διαπιστωθεί αν είναι σε θέση να επισημάνουν τα παραλληλόγραμμα, τα ορθογώνια, τα τετράγωνα τους ρόμβους και τα ισοσκελή, ισόπλευρα και ορθογώνια τρίγωνα (βλέπε **Παράρτημα 1** για το φύλλο των ερωτήσεων) και ποιες από τις ιδιότητές τους γνωρίζουν. Επίσης τους ζητήθηκε να απαντήσουν σε ερωτήσεις που εμπειρείχαν ιεράρχηση των ιδιοτήτων των σχημάτων. Ο χρόνος που τους δόθηκε ήταν τριάντα λεπτά της ώρας.

Οι ερωτήσεις

Οι πέντε πρώτες ερωτήσεις αφορούσαν την ικανότητα των μαθητών να αναγνωρίσουν συγκεκριμένα σχήματα μεταξύ άλλων σχημάτων που ανήκουν ή όχι στην ίδια κλάση. Για παράδειγμα η ερώτηση 1 στοχεύει στην αναγνώριση των

τετραγώνων μεταξύ διαφόρων σχημάτων – και τριγώνου- ενώ η ερώτηση 4 μεταξύ άλλων παραλληλογράμμων.

Η ερώτηση 6 αφορά την ικανότητα των μαθητών να αναγνωρίσουν από ένα σύνολο στατικών σχημάτων τις διάφορες κατηγορίες των τριγώνων, ανασύροντας όχι μόνο την νοητική αναπαράσταση που έχουν αντιστοιχίσει σε αυτές αλλά και τις ιδιότητες που γνωρίζουν και μπορούν να αναγνωρίσουν στο σχήμα.

Οι ερωτήσεις από 7 μέχρι 10 αφορούν την γνώση των μαθητών ως προς τις ιδιότητες των σχημάτων (πλαγίων παραλληλογράμμων, ρόμβων, ορθογωνίων και τετραγώνων και ισοσκελών και ισοπλεύρων τριγώνων) ενώ **οι ερωτήσεις 11,12,13** στοχεύουν στην ιεράρχηση (το ισόπλευρο τρίγωνο είναι και ισοσκελές όχι και το αντίθετο όμως) των σχημάτων μέσω ερωτήσεων που απαιτούν συλλογισμό, άρα και επίπεδο 3 και άνω βάσει της θεωρίας van Hiele , επίπεδο που σε αυτή την ηλικία δεν είναι αναμενόμενο να κυριαρχείται από τους μαθητές.

Οι απαντήσεις των μαθητών εμφανίζονται συγκεντρωμένες στον παρακάτω

Πίνακα 1 (οι απαντήσεις που επισημαίνονται είναι οι σωστές):

Ερωτήσεις \ Απαντήσεις	a	b	c	d	e
1	0	8	1	3	0
2	0	0	1	11	0
3	0	4	8	0	0
4	0	7	0	3	2
5	0	3	2	0	7
6	Βλέπε παρακάτω				
7	2	4	5	1	0
8	0	3	0	1	8
9	5	3	4	0	0
10	1	0	7	0	4
11	4	4	2	1	1
12	7	2	0	3	0
13	0	5	3	0	4

Πίνακας 1

Απαντήσεις στη ερώτηση 6:

4 μαθητές χαρακτηρίζουν το A= ισοσκελές ,το B= ισόπλευρο, το Γ= ορθογώνιο, το Δ= Ορθογώνιο και το E = σκαληνό

3 μαθητές χαρακτηρίζουν το A= ισοσκελές, το B= ισόπλευρο, το Γ= ορθογώνιο, τα Δ και E σκαληνά

2 μαθητές χαρακτηρίζουν το A = ισόπλευρο, το B= ισοσκελές , το Γ = ορθογώνιο το Δ= ισοσκελές και το E = Σκαληνό

3 μαθητές χαρακτηρίζουν το A= ισοσκελές , το B= ισόπλευρο, το Γ= ορθογώνιο, τα Δ και E σκαληνό.

Οι απαντήσεις

Είναι χαρακτηριστικό ότι αρκετοί μαθητές δεν αναγνώρισαν σαν ισοσκελή ή ορθογώνια τρίγωνα με πλάγιο προσανατολισμό. Τρεις μαθητές συνολικά επισήμαναν ότι για να διαπιστώσουν αν ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο ή τετράγωνο πρέπει να έχουν περισσότερες πληροφορίες και όχι μόνο ένα σχήμα.

Στις πέντε πρώτες ερωτήσεις οι σωστές απαντήσεις ήταν από 7 και άνω δηλαδή περισσότερο σχεδόν τα $\frac{3}{4}$ των μαθητών ήταν σε θέση να διαχωρίσουν και να αναγνωρίσουν τα γεωμετρικά σχήματα με βάση την εμφάνισή τους, δηλαδή ολιστικά.

Όμως και σε αυτό το επίπεδο τρεις μαθητές **δεν ξεχώρισαν το ορθογώνιο από το τετράγωνο** – τα θεώρησαν και τα δύο τετράγωνα- και ένας αναγνωρίζει σαν τετράγωνο το ορθογώνιο, πολλοί μαθητές **δεν αναγνωρίζουν ορθογώνια ή ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα που δεν έχουν οριζόντιο προσανατολισμό** και δύο μαθητές **δεν αναγνωρίζουν το ορθογώνιο σαν παραλληλόγραμμο**.

Επίσης αν και τέσσερις μαθητές αναγνώρισαν τις κατηγορίες των τριγώνων από το σχήμα – ερώτηση 6- τρεις μαθητές μπερδεύονται από τον προσανατολισμό του σχήματος για το ορθογώνιο και άλλοι δύο **συγχέουν το ισόπλευρο με το ισοσκελές**.

Στις επόμενες τέσσερις ερωτήσεις - 7,8,9,και 10 - το ποσοστό των σωστών απαντήσεων μειώνεται σε 5 μέχρι 8 σωστές απαντήσεις ενώ οι υπόλοιποι **συγχέουν τη σχέση μήκους πλευρών και διαγωνίων του τετραγώνου** και τέσσερις μαθητές θεωρούν **ότι οι απέναντι πλευρές του τετραγώνου είναι κάθετες!** Γενικά ο ρόμβος είναι ένα σχήμα του οποίου οι ιδιότητες δεν είναι σε πολλούς γνωστές ενώ τέσσερις μαθητές **δεν γνωρίζουν ότι τα ισοσκελή τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες εκτός από δύο ίσες πλευρές**.

Στις τρεις τελευταίες ερωτήσεις όπου ερευνάται η ικανότητα συμπερίληψης κλάσης το ποσοστό των σωστών απαντήσεων είναι ακόμα χαμηλότερο -από 4 μέχρι 7 σωστές απαντήσεις - και συγχρόνως τέσσερις μαθητές **πιστεύουν ότι ένα ισόπλευρο τρίγωνο δεν έχει αναγκαστικά και τις ιδιότητες του ισοσκελούς** ενώ άλλοι ότι **η ισότητα των διαγωνίων χαρακτηρίζει όλα τα παραλληλόγραμμα και όχι μόνο τα ορθογώνια**. Επίσης στην ερώτηση 12 πολλοί μαθητές αναρωτήθηκαν γιατί δεν υπάρχει επιλογή **«το Κ και το Μ μόνο»** δηλαδή θεωρούν ότι το τετράγωνο δεν είναι ορθογώνιο.

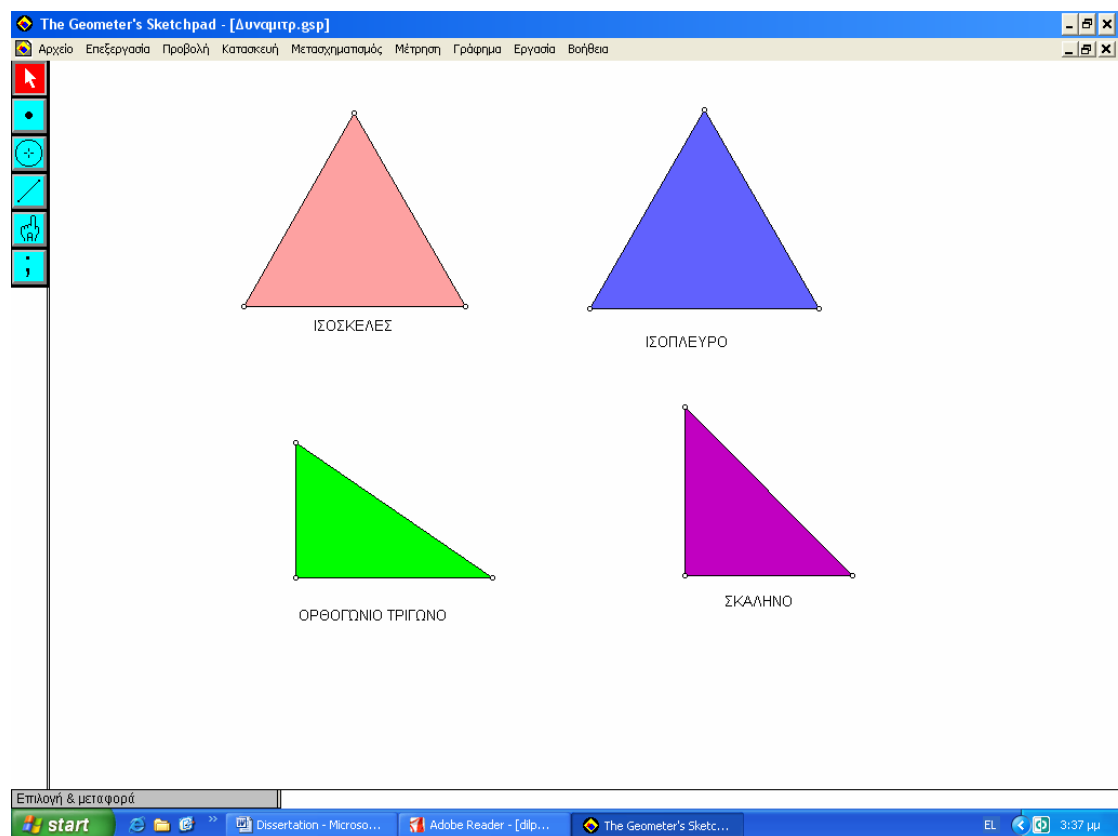
Ας σημειωθεί ότι στις ομάδες των μαθητών έγινε προσπάθεια να συμπεριληφθούν μαθητές με διαφορετική επίδοση και όπως είναι φυσικό οι αδύνατοι μαθητές είχαν και τα περισσότερα λάθη.

Ας σημειωθεί επίσης ότι το πείραμα έγινε προς το τέλος της σχολικής χρονιάς όπου οι σχετικές έννοιες έχουν διδαχθεί στα παιδιά και η σχετική αφαίρεση εκ μέρους τους έχει ήδη γίνει. Φαίνεται λοιπόν πως η γνώση των μαθητών ως αποτέλεσμα μιας παραδοσιακής διδακτικής προσπάθειας - και μάλιστα από εξαιρετικά ευσυνείδητους εκπαιδευτικούς όπως οι συνάδελφοί μου – είναι σε σημαντικό βαθμό συγκεχυμένη, αποσπασματική και μάλλον αποτέλεσμα απομνημόνευσης παρά κριτικής αντιμετώπισης των εννοιών. Θα ήταν δυνατό να ισχυριστεί κάποιος ότι αυτό οφείλεται στην ηλικία τους. Τα παιδιά όμως αυτά ήταν τότε 13 ετών και σύμφωνα με τον Piaget είχαν αρχίσει να εισέρχονται το στάδιο των αφηρημένων συλλογισμών.

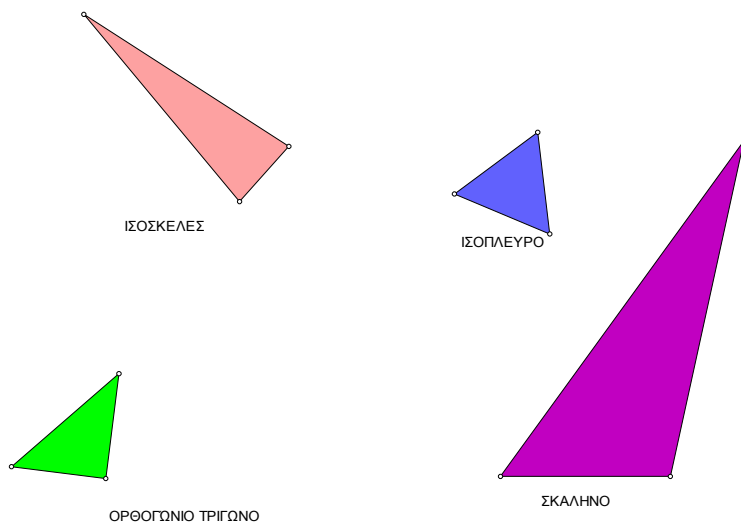
Η εμπειρία μας στις τάξεις των μαθηματικών μας υποδεικνύει ότι οι μαθητές αντιγράφουν με την απομνημόνευση τα θεωρήματα και τις αποδείξεις, με αποτέλεσμα να μην έχουν την εμπειρία, την κατανόηση και την εκτίμηση, είτε της γεωμετρίας, είτε του παραγωγικού συλλογισμού και της απόδειξης. Ο Hoffer (1981) υποστήριξε ότι τα μαθήματα της γεωμετρίας με τον τρόπο που γίνονται δεν αναπτύσσουν την κατανόηση, αλλά μάλλον ενθαρρύνουν την αποστήθιση.

Η φύση των λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας θα ήταν ίσως δυνατόν να δώσει μια διέξοδο σε αυτή την κατάσταση. Για αυτό το λόγο εμπλέξαμε τους μαθητές σε μια σειρά δραστηριότητες στο περιβάλλον του SketchPad ώστε να εξετάσουμε αν η διαμεσολάβηση του λογισμικού είναι δυνατόν να διευκολύνει την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών και να τους βοηθήσει να περάσουν σε ανώτερο επίπεδο.

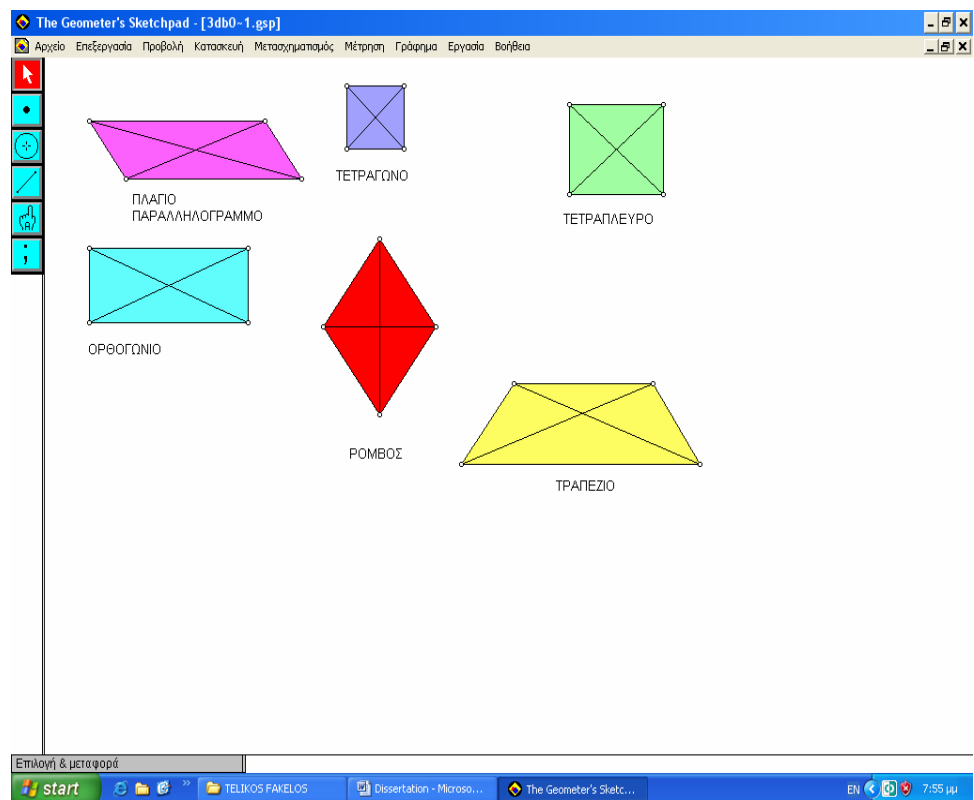
Στη συνέχεια οι μαθητές εργάστηκαν ατομικά και στη συνέχεια ανά δύο με δύο αρχεία SketchPad ένα για τα παραλληλόγραμμα και ένα για τα τρίγωνα. (ΔΥΝΑΜΙΚΟΤΡΙΓΩΝΟ.GSP & ΔΥΝΑΜΙΚΟΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟ.GSP)



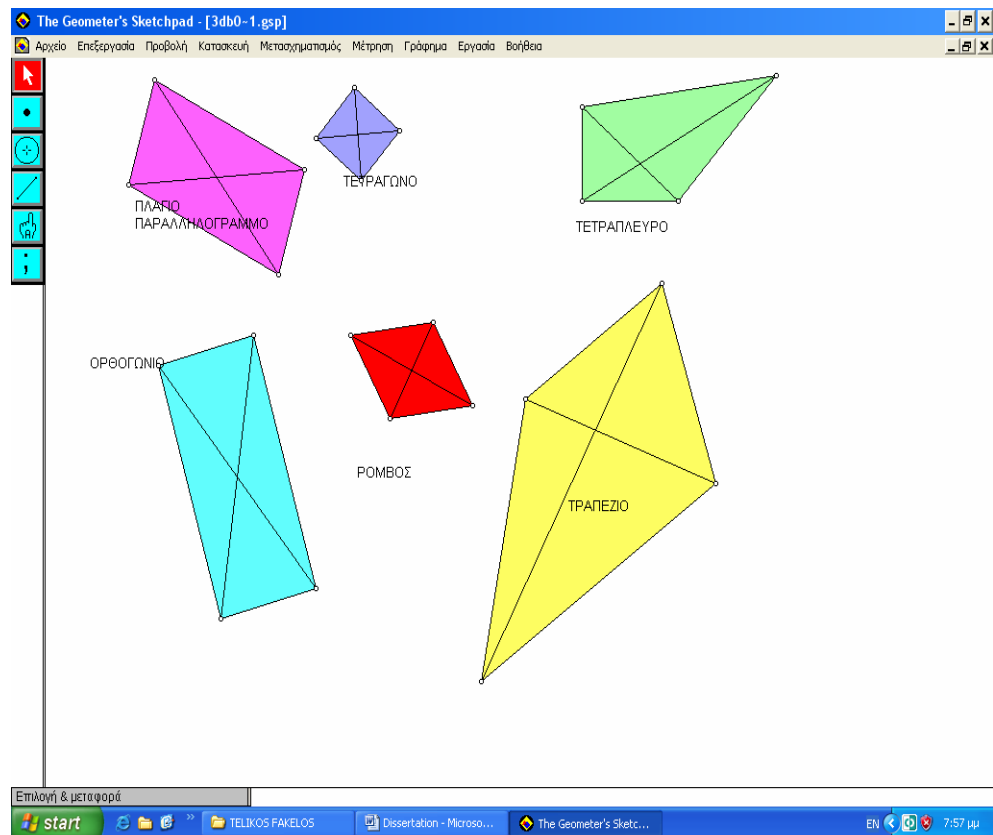
Η αρχική οθόνη του ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΤΡΙΓΩΝΟ



Η οθόνη του ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΤΡΙΓΩΝΟ μετά από ορισμένους δυναμικούς μετασχηματισμούς.



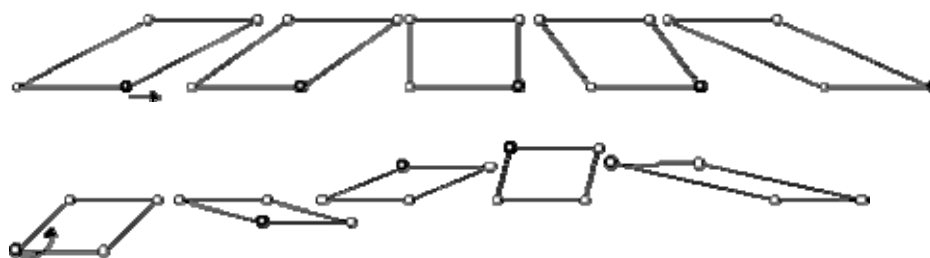
Η αρχική οθόνη του ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟ



Η οθόνη του ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟ μετά ορισμένους μετασχηματισμούς

Το κάθε αρχείο περιείχε ευκλείδειες κατασκευές των αντιστοιχών σχημάτων και τις ονομασίες τους. Τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας παρέχουν όπως έχουμε τονίσει ένα περιβάλλον στο οποίο οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να εξερευνήσουν τις σχέσεις μεταξύ των γεωμετρικών αντικειμένων και να δημιουργήσουν και ελέγξουν υποθέσεις. Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα η έμφαση δίνεται στον προσδιορισμό των ιδιοτήτων που ορίζουν για παράδειγμα ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και το ξεχωρίζουν από ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο ή ένα ρόμβο.

Από τους μαθητές λοιπόν ζητήθηκε να αλληλεπιδράσουν δυναμικά με τα προκατασκευασμένα σχήματα και να παρατηρήσουν, χρησιμοποιώντας τους **μετασχηματισμούς** και την δυνατότητα της **μέτρησης** τις γεωμετρικές ιδιότητες που παραμένουν σταθερές και αυτές που δεν μεταβάλλονται. Τέλος τους ζητήθηκε να συνεργαστούν ανά δύο και να προσπαθήσουν να διατυπώσουν ορισμούς για αυτά τα αντικείμενα και να τα ιεραρχήσουν. Για παράδειγμα παρακάτω απεικονίζονται ορισμένοι από τους μετασχηματισμούς του δυναμικού Παραλληλογράμμου.



Συζητήσεις των μαθητών σχετικά με τα σχήματα καθώς τα χειρίζονται δυναμικά

Επεισόδιο 1 : Φώτης και Αλέξης – και οι δύο αδύνατοι μαθητές - καθώς χειρίζονται το δυναμικό παραλληλόγραμμο και έχοντας σχηματίσει την ειδική περίπτωση του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

Φ: Σημείωσε ότι οι γωνίες του παραλληλογράμμου είναι ορθές

A: Μα όχι, όταν το κινήσουμε αλλάζει. Δεν είναι πάντα ορθές. Οι πλευρές; Ούτε αυτές είναι όλες ίσες.

Φ: Υπάρχουν όμως δύο μεγάλες και δύο μικρές. Ωχ! Τώρα έγιναν ίσες όλες!

A: Ας τις μετρήσουμε, κοίτα είναι οι απέναντι ίσες

Φ: Για κούνησέ τις να δούμε αν αυτό εξακολουθεί! Ναι οι απέναντι πλευρές είναι ίσες πάντα. Σημείωσέ το.

A: Ναι και κάποτε γίνονται ορθές. Αλλά τότε είναι ορθογώνιο όχι πλάγιο

Φ: Δηλαδή το ορθογώνιο είναι πλάγιο; Για κοίτα το ορθογώνιο. Κούνα το! Βλέπεις δεν γίνεται πλάγιο! Όλες του οι γωνίες είναι ορθές. Δεν είμαι σίγουρος αν τις μετρήσουμε!

Α: Είναι, είναι! Το ορθογώνιο δεν μπορεί να γίνει πλάγιο αλλά το πλάγιο γίνεται ορθογώνιο

Σχόλιο: Καθώς οι μαθητές χειρίζονται δυναμικά τα προκατασκευασμένα σχήματα κάνουν υποθέσεις σχετικά με τις ιδιότητες των σχημάτων. Για παράδειγμα και τα δύο έχουν δύο μικρές και δύο μεγάλες πλευρές ή ότι το πλάγιο παραλληλόγραμμο δεν έχει ορθές γωνίες. Με αυτό τον τρόπο ελέγχουν την ορθότητα των αντιλήψεών τους. Οι μαθητές διαπιστώνουν ότι κανένα από τα δύο δεν μπορούμε να πούμε ότι έχει δύο μεγάλες και δύο μικρές γωνίες δεδομένου ότι και από τα δύο έχουμε σαν στιγμιότυπο ένα τετράγωνο. Επίσης ότι τα παραλληλόγραμμο μερικές φορές έχουν ορθές γωνίες και τα ορθογώνια πάντα. Με τη βοήθεια των μετρήσεων μετασχηματίζουν τις διαισθητικές απόψεις για τις έννοιες σε περισσότερο ακριβείς και τυπικές αντιλήψεις για τις γεωμετρικές ιδιότητες. Συμπεραίνουν ότι τα παραλληλόγραμμο έχουν τις απέναντι πλευρές ίσες αλλά τα ορθογώνια έχουν και όλες τις γωνίες ίσες.

Επεισόδιο 2 : Γαρυφαλλιά και Μαρία, καθώς χειρίζονται το δυναμικό ισοσκελές τρίγωνο έχοντας κάνει και μετρήσεις των πλευρών.

Γ: Έλα το ισοσκελές είναι εύκολο. Δύο πλευρές ίσες.

Μ: Όχι και η τρίτη;

Γ: Όχι τότε θα ήταν ισόπλευρο- χειρίζεται το δυναμικό ισόπλευρο τρίγωνο.

Μ: Δηλαδή μπορεί να είναι και ισόπλευρο και ισοσκελές;

Γ: Αν είναι ισόπλευρο θα είναι ισοσκελές.

Μ: (Διστακτικά) Δεν ξέρω, νόμιζα ότι ή το ένα ή το άλλο θα είναι.

Γ: Για κοίτα και το ορθογώνιο μπορεί να γίνει ισοσκελές.

Σχόλιο : Εδώ η προϋπάρχουσα γνώση της Γαρυφαλλιάς λειτουργεί ως στήριγμα και εργαλείο της γνωστικής ανάπτυξης της Μαρίας. Όμως δεν πιστεύω το ότι η δεύτερη θα εμπλέκονταν σε αυτή τη διερευνητική διαδικασία ως προς τις ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου ακόμα και χωρίς τη διαμεσολάβηση του περιβάλλοντος Δυναμικής Γεωμετρίας. Οι οπτικές αναπαραστάσεις στην οθόνη της επιτρέπουν να κατασκευάσει και να αναδιαμορφώσει το δικό της αλληλεπιδραστικό μοντέλο και να χρησιμοποιήσει τις πάρα πολλές εκφάνσεις του προβλήματος που εμφανίζονται στην οθόνη του υπολογιστή

Επεισόδιο 3: Θεώνη και Κώστας . Χειρίζονται το δυναμικό ορθογώνιο και το δυναμικό τετράγωνο

Θ: Για κοίτα το ορθογώνιο έγινε σαν το τετράγωνο!

Κ: Δεν γίνεται να είναι ίδια!

Θ: Γιατί; Δεν έχουν όλες τις γωνίες ορθές; Αλλά ναι, οι πλευρές του ορθογωνίου δεν είναι όλες ίσες ενώ του τετραγώνου δεν αλλάζουν. Έχεις δίκιο. Θα γράψω στον ορισμό του τετραγώνου ότι είναι αυτό που έχει όλες τις πλευρές και όλες τις γωνίες ίσες.

Κ: Δεν είμαι σίγουρος, κάτσε να ψάξουμε τα σχήματα. Μπορεί αυτό να μην είναι αρκετό. Μήπως υπάρχει και άλλο τέτοιο;

Σχόλιο: Η εξερεύνηση των δυναμικών σχημάτων σε αυτή την περίπτωση, εκτός από την επαναδιαπραγμάτευση και τον επαναπροσδιορισμό της αντίληψης της Θεώνης για τη σχέση ορθογωνίου και τετραγώνου, οδηγεί και τον Κώστα σε αναστοχασμό ως προς τις ικανές ιδιότητες ενός σχήματος για να είναι τετράγωνο. Θα μπορούσαμε αυτό να το αντιληφθούμε σαν ένα πέρασμα από το επίπεδο δύο στο επίπεδο τρία της θεωρίας van Hiele.

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι μαθητές χρησιμοποίησαν διατύπωση γενίκευσης για τις παρατηρήσεις τους: Τα ορθογώνια δεν είναι τετράγωνα και όχι **αυτό** το ορθογώνιο δεν είναι τετράγωνο. Ίσως λοιπόν η δυναμική φύση των σχημάτων να συνείσφερε στην, ασυνείδητη έστω, πρώτη προσέγγιση στην έννοια της γενίκευσης στην Γεωμετρία.

Ικανότητα αναγνώρισης των ιδιοτήτων των σχημάτων

Στους μαθητές δόθηκε το παρακάτω έντυπο στο οποίο κατέγραφαν τι παρέμενε σταθερό και τι όχι στα σχήματα καθώς τα χειριζόντουσαν δυναμικά. Στη συνέχεια έπρεπε να διατυπώσουν τον ορισμό και να προσπαθήσουν να ιεραρχήσουν τα γεωμετρικά αντικείμενα κάθε κλάσης. Ας σημειωθεί ότι οι ερωτήσεις που απευθύνθηκαν στους μαθητές ήταν πάλι οι αρχικές όπου ο εγκλεισμός εκφραζόταν με φράσεις όπως : «Είναι ένα ορθογώνιο και τετράγωνο;» ή «είναι ένα τετράγωνο και ορθογώνιο;»

Σχήμα	Σταθερά στοιχεία	Μεταβλητά στοιχεία	Ορισμός
Τετράπλευρα			
Τετράπλευρο			
Τραπεζίο			

Πλάγιο Παραλληλόγραμμο			
Ορθογώνιο Παραλληλόγραμμο			
Ρόμβος			
Τετράγωνο			
Τρίγωνα			
Ισοσκελές			
Ισόπλευρο			
Σκαληνό			

Αποτελέσματα

Σε επίπεδο περιγραφής των σταθερών και μεταβλητών γεωμετρικών ιδιοτήτων οι δέκα στους δώδεκα απάντησαν σωστά ενώ μόνο οι δύο δεν επισήμαναν σωστά την σταθερότητα ή τη μεταβλητότητα των ιδιοτήτων. Δεν είχαμε θεωρήσει σαν προαπαιτούμενο να εντοπίσουν οι μαθητές την ιδιότητα των διαγωνίων ρόμβου και τετραγώνου να διχοτομούν τις γωνίες. Παρόλα αυτά τρεις μαθητές μέτρησαν τις γωνίες και το σημείωσαν.

Στο επίπεδο της απόδοσης ορισμού οι πέντε μαθητές έδωσαν απολύτως συνεπή ορισμό για όλα τα σχήματα. Οι υπόλοιποι έδωσαν ελλιπείς ορισμούς – για παράδειγμα τετράγωνο είναι το τετράπλευρο με όλες τις γωνίες ορθές- ή συμπεριέλαβαν και τις ιδιότητες των σχημάτων στον ορισμό - για παράδειγμα η ισότητα των διαγωνίων του ορθογωνίου παραλληλογράμμου προστέθηκε σαν στοιχείο ορισμού του σε τρεις περιπτώσεις.

Η προσπάθεια απόδοσης ορισμού -Οι απαντήσεις που δόθηκαν

Στο τετράπλευρο

- Τετράπλευρο είναι ένα σχήμα – ή πολύγωνο - με τέσσερις πλευρές και τέσσερις γωνίες
- Τετράπλευρο είναι ένα σχήμα – ή πολύγωνο - με τέσσερις πλευρές και τέσσερις γωνίες που δεν είναι ίσες πάντα ή δεν είναι παράλληλες πάντα οι οποίες κατατάχθηκαν στις με επιπλέον ιδιότητες

Στο παραλληλόγραμμο:

- Είναι ένα τετράπλευρο που οι απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες
- Είναι ένα τετράπλευρο που οι απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες και ίσες
- Είναι ένα τετράπλευρο που οι απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες και ίσες και οι απέναντι γωνίες είναι ίσες
- Το παραλληλόγραμμο είναι το τετράπλευρο που έχει δύο απέναντι πλευρές παράλληλες
- Το παραλληλόγραμμο είναι ένα σχήμα που είναι παραλληλόγραμμο

Στο ορθογώνιο:

- Είναι ένα τετράπλευρο που οι απέναντι πλευρές είναι παράλληλες και ίσες και οι γωνίες του ορθές και οι διαγώνιες ίσες.
- Ορθογώνιο είναι το τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές παράλληλες και τις γωνίες ορθές
- Ορθογώνιο είναι ένα παραλληλόγραμμο με όλες τις γωνίες ορθές
- Ορθογώνιο είναι ένα τετράπλευρο με όλες τις γωνίες ορθές
- Ορθογώνιο είναι το παραλληλόγραμμο με τις απέναντι πλευρές ίσες και τις γωνίες ορθές
- Ορθογώνιο είναι το τετράπλευρο με τις απέναντι πλευρές παράλληλες και ίσες, τις γωνίες ορθές, και τις διαγώνιες ίσες

Στο τετράγωνο:

- Είναι το τετράπλευρο που έχει όλες τις πλευρές ίσες και όλες τις γωνίες ίσες
- Είναι το τετράπλευρο που έχει όλες τις πλευρές ίσες και όλες τις γωνίες ορθές
- Είναι το τετράπλευρο που έχει όλες τις γωνίες ορθές, τις πλευρές ίσες και οι διαγώνιες είναι ίσες
- Είναι το παραλληλόγραμμο με όλες τις γωνίες ορθές και όλες τις πλευρές ίσες
- Είναι το παραλληλόγραμμο με όλες τις γωνίες ορθές και όλες τις πλευρές ίσες
- Είναι το τετράπλευρο με όλες τις γωνίες ορθές

Στο ρόμβο :

- Είναι ένα παραλληλόγραμμο με όλες τις πλευρές ίσες
- Είναι ένα τετράπλευρο με όλες τις πλευρές ίσες
- Είναι ένα παραλληλόγραμμο με όλες τις πλευρές ίσες αλλά όχι κάθετες

- Είναι ένα παραλληλόγραμμο με όλες τις πλευρές ίσες και τις διαγώνιες κάθετες

Στο τραπέζιο :

- Είναι ένα τετράπλευρο με δύο απέναντι πλευρές παράλληλες και τις άλλες μη παράλληλες
- Είναι ένα τετράπλευρο με τις πλευρές παράλληλες

Στο ισοσκελές τρίγωνο :

- Είναι το τρίγωνο που έχει τις πλευρές ίσες
- Είναι το τρίγωνο που έχει μόνο δύο πλευρές ίσες
- Είναι το τρίγωνο που έχει δύο πλευρές ίσες και τις δύο γωνίες ίσες

Στο ισόπλευρο τρίγωνο :

- Είναι το τρίγωνο που έχει όλες τις πλευρές ίσες
- Είναι το τρίγωνο που έχει όλες τις γωνίες ίσες
- Είναι το τρίγωνο που έχει και τις πλευρές και τις γωνίες ίσες
- Είναι το τρίγωνο που έχει δύο πλευρές ίσες

Στο σκαληνό τρίγωνο :

- Είναι το τρίγωνο που όλες οι πλευρές του είναι άνισες – ή δεν είναι ίσες
- Είναι το τρίγωνο που όλες οι πλευρές είναι άνισες και όλες οι γωνίες είναι άνισες

Επισημάνσεις

Όλοι οι μαθητές έδωσαν ορισμούς

Δεν υπήρχαν δηλώσεις μη συμβατές με τα σχήματα όπως ότι οι απέναντι πλευρές του τετραγώνου είναι κάθετες ή ότι μία πλευρά του είναι ίση με μια διαγώνιό του.

Στο τετράγωνο και στο ορθογώνιο δεν δόθηκαν παρόμοιοι ορισμοί από κανένα αν και στο τεστ φαινόταν ορισμένοι να μην τα ξεχωρίζουν μεταξύ τους. Υπήρξε δε μόνο ένας μαθητής που έδωσε τον ίδιο ορισμό για το ισοσκελές και το ισόπλευρο τρίγωνο.

Τελικά εμπλεκόμενοι στη διαδικασία απόδοσης ορισμού οι μαθητές φαίνονται να αντιλαμβάνονται ότι τα διαφορετικά σχήματα πρέπει να έχουν και διαφορετικούς ορισμούς όπως και διαφορετικές ονομασίες.

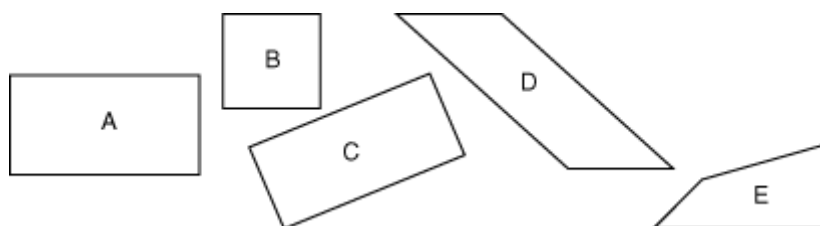
Σημαντικό είναι ότι οι περισσότεροι δεν μπόρεσαν να ξεχωρίσουν τις ιδιότητες των αντικειμένων οι οποίες είναι ικανές για τον ορισμό τους από

αυτές που είναι συνέπεια του ορισμού. Η απόδοση ορισμού όμως σηματοδοτεί το πέρασμα από το 2^ο στο 3^ο επίπεδο και αυτό δεν ήταν ίσως αναμενόμενο σε αυτή την ηλικία. Στους ορισμούς που δόθηκαν επίσης αποκαλύπτεται η αδυναμία συμπερίληψης κλάσης για όλα τα σχήματα. Παρόλα αυτά στην ερώτηση που ακολούθησε «είναι ένα τετράγωνο και ορθογώνιο;» οκτώ μαθητές απάντησαν καταφατικά και στη ερώτηση «είναι ένα ισόπλευρο και ισοσκελές;» επτά μαθητές απάντησαν καταφατικά. Γενικά όμως ο εγκλεισμός ίσως απαιτεί υψηλότερες νοητικές δεξιότητες από αυτές που συναντούμε σε αυτή την ηλικία και θα ήταν σκόπιμο να ελεγχθεί αυτό με δείγμα μαθητών μεγαλύτερης ηλικίας

Επειδή στο δείγμα συμπεριλαμβανόταν και μαθητές με υψηλή επίδοση η συνεπής απάντηση θα μπορούσε να αποδοθεί και σε προϋπάρχουσες γνώσεις. Αξίζει ωστόσο να σημειωθεί ότι μαθητές με χαμηλή επίδοση διαμόρφωσαν ένα πλήρη ή σχεδόν πλήρη ορισμό που ήταν προϊόν πνευματικής διεργασίας και όχι αποστήθισης. Θα ήταν όμως πολύ ενδιαφέρον να ερευνηθεί πως θα λειτουργούσαν ανάλογες δραστηριότητες σε μαθητές που δεν έχουν διδαχθεί τις αντίστοιχες έννοιες.

Στη συνέχεια δόθηκε στους μαθητές το ακόλουθο ερώτημα για διερεύνηση στο περιβάλλον του SketchPad

Πρόβλεψε ποιο από τα παραλληλόγραμμα μπορεί να μετασχηματιστεί να μας δώσει τα σχήματα παρακάτω και στη συνέχεια προσπάθησε να επαληθεύσεις την πρόβλεψή σου κατασκευάζοντας τα σχήματα με δυναμικό μετασχηματισμό των αντίστοιχων προκατασκευασμένων αντικειμένων



Είναι δυνατόν το δυναμικό ορθογώνιο να κατασκευάσει όλα σχήματα που μπορεί το δυναμικό πλάγιο παραλληλόγραμμο; Το αντίστροφο; Περιέγραψε πως έφτασες στο συμπέρασμα ότι το δυναμικό ορθογώνιο ή το δυναμικό παραλληλόγραμμο μετασχηματιζόμενο οδηγεί σε ένα από αυτά τα σχήματα. Ο στόχος αυτή της δραστηριότητας ήταν η εκλέπτυνση της ιεράρχησης μέσα σε μια κλάση ισοδυναμίας σχημάτων. Επειδή θεωρήθηκε χρονοβόρος παραλείφθηκε από την

μελέτη παρόλα αυτά την παραθέτω γιατί την θεωρώ ενδιαφέρουσα και πιθανό να χρησιμοποιηθεί για μελλοντική έρευνα.

Η προσπάθεια για κατασκευή

Από τους μαθητές ζητήθηκε να εξερευνήσουν τα δυναμικά αντικείμενα – ισοσκελές τρίγωνο, ορθογώνιο και τετράγωνο - να περιγράψουν τι παρατηρούν στην οθόνη και να προσπαθήσουν να εξηγήσουν πως κάθε ένα από τα σχήματα είναι δυνατόν να κατασκευαστεί.

Σύμφωνα με τους Finzer & Bennett (1995) , οι μαθητές στην προσπάθειά τους να κατασκευάσουν σε περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας ένα σχήμα που έχει συγκεκριμένες γεωμετρικές ιδιότητες περνούν από τέσσερα στάδια τα οποία έχουν ως εξής:

1^ο Στάδιο : Σχηματίζουν ένα σχέδιο στην τύχη. Οι μαθητές σχηματίζουν ένα τετράγωνο κατασκευάζοντας ένα τυχαίο τετράπλευρο και επιδρώντας στις πλευρές του μέχρι να πάρει τη μορφή τετραγώνου. Βέβαια η μετακίνηση οποιουδήποτε μέρους του σχήματος το μετατρέπει πάλι σε ένα τυχαίο τετράπλευρο.

2^ο Στάδιο: Οι θεωρητικοί περιορισμοί λαμβάνονται υπόψη αλλά όχι όλοι (underconstraint). Για παράδειγμα κατασκευάζουν ένα τετράπλευρο με όλες τις γωνίες ορθές αλλά δεν εξασφαλίζουν και το ότι όλες οι πλευρές παραμένουν ίσες

3^ο Στάδιο: Κατασκευάζουν ένα σταθερό τετράγωνο. Έχει τις ιδιότητες του τετραγώνου αλλά δεν είναι δυνατόν να το χειριστούν δυναμικά (overconstraint)

4^ο Στάδιο: Κατάλληλες κατασκευές με βάση τους θεωρητικούς ορισμούς
Στη θεωρία τουλάχιστον οι κατηγορίες αυτές φαίνονται να παρέχουν μια πλήρη ταξινόμηση για την ανάλυση των κατασκευαστικών προσπαθειών των μαθητών.
Στην πράξη παρόλο που βοηθούν δεν αποδείχθηκαν τόσο μονοσήμαντα ορισμένες και διακεκριμένες όσο αναμενόταν.

Στους μαθητές δόθηκαν έτοιμα sketches –σχήματα - στο SketchPad τά τα αποτελούν «μαύρα κουτιά» (Galindo, 1998; Laborde, 1998) στα οποία έχουμε αποκρύψει μέρος τους. Με αυτόν τον τρόπο οι μαθητές θα ήταν ανάγκη να επινοήσουν μόνοι τους τον τρόπο κατασκευής. Δεν τους παροτρύνουμε να χρησιμοποιήσουν τους ορισμούς που είχαν δώσει δεδομένου ότι δεν είχαμε ακόμη αξιολογήσει τις απαντήσεις τους. Αντίθετα τους ζητήσαμε να διερευνήσουν τα σχήματα και αφού χρησιμοποιήσουν όλες τις δυνατότητες του λογισμικού να καταλήξουν αν μπορέσουν σε κάποια κατασκευή.

Όπως τονίζει ο Pimm (1995) :

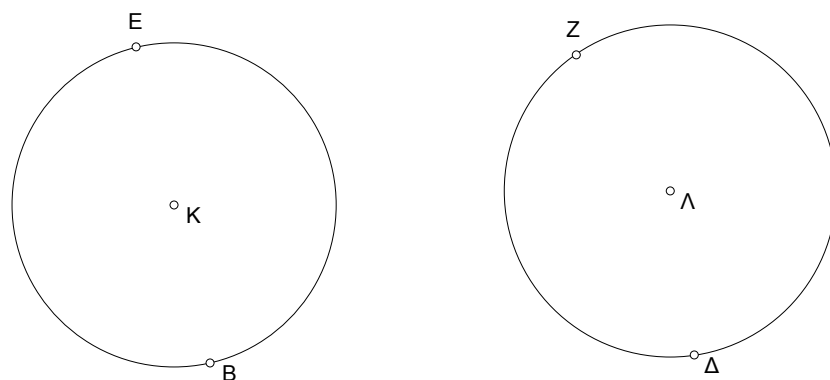
Με τις δραστηριότητες τύπου μαύρο κουτί σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας η πρόκληση δεν είναι απλά η κατασκευή μιας στατικής εικόνας αλλά ενός δυναμικά ταυτόσημου σχήματος που δηλαδή θα διατηρεί τις ιδιότητές του και όταν το χειρίζονται δυναμικά και το μετασχηματίζουν. Αυτό από μαθηματική άποψη θέτει νέους στόχους και απαιτεί δεξιότητες από τους μαθητές

Τα αντικείμενα των χειρισμών – μαύρα κουτιά

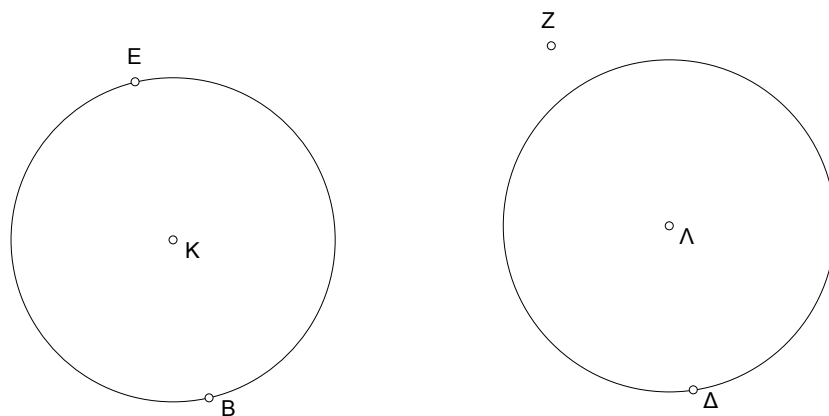
Παρακάτω περιγράφονται οι ερωτήσεις που δόθηκαν στους μαθητές και το σκεπτικό της επιλογής τους

1. Οι δύο κύκλοι

Εκτός από τις διαφορετικές ονομασίες των σημείων οι δύο κύκλοι που δόθηκαν στους μαθητές σε ένα αρχείο SketchPad φαίνονται ταυτόσημοι. Τα σημεία B και Δ ήταν



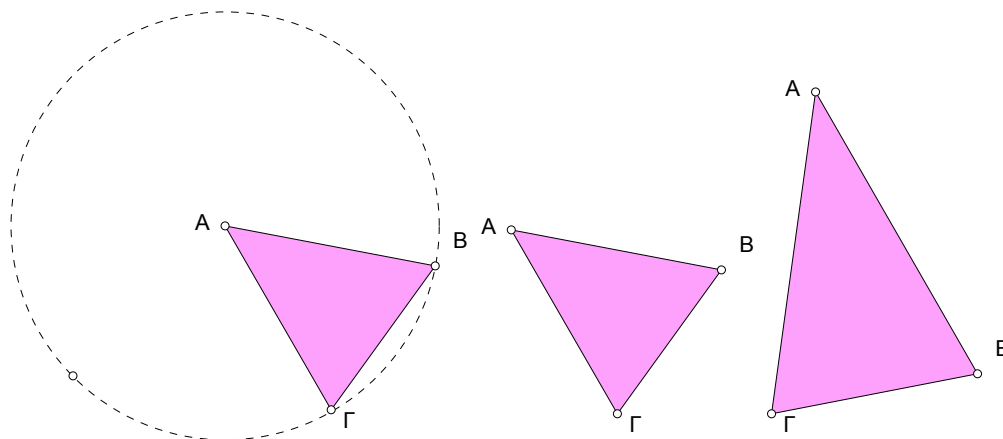
σημεία ελέγχου των κύκλων και προκαλούν αυξομειώση της ακτίνας τους καθώς τα μετακινούμε. Τα σημεία E και Z φαινομενικά ανήκουν στους κύκλους k_1 και k_2 αντίστοιχα. Όμως κατά την κατασκευή το σημείο E έχει ληφθεί σαν **σημείο σε αντικείμενο** στον κύκλο k_1 ενώ το Z κατασκευάστηκε εκτός του k_2 και στη συνέχεια «σύρθηκε» και τοποθετήθηκε στον κύκλο. Για αυτό το λόγο το Z είναι δυνατόν να κινηθεί μόνο στην περιφέρεια του κύκλου k_1 ενώ το Z είναι σε θέση να κινείται οπουδήποτε στο επίπεδο.



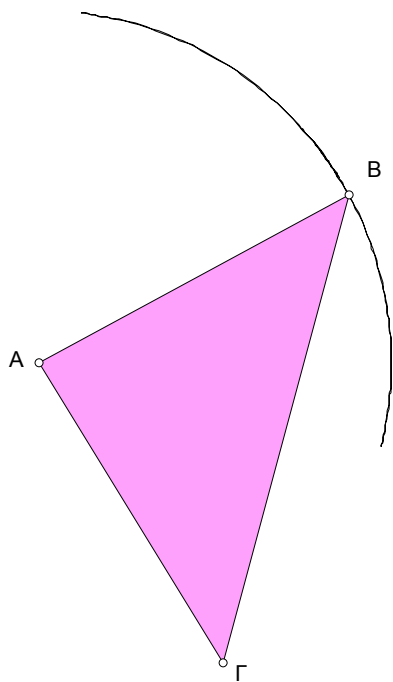
Ο στόχος αυτής της κατασκευής είναι οι μαθητές αφενός μεν να προβληματιστούν ως προς **τη σειρά κατασκευής** των αντικειμένων ώστε να προκύψει ένα σωστό σχήμα και αφετέρου να διασαφηνίσουν τι ακριβώς σημαίνει «ανήκει» γεωμετρικά και συνολοθεωρητικά γενικότερα.

2. Το ισοσκελές τρίγωνο

Το επόμενο αρχείο SketchPad περιλαμβάνει ένα ισοσκελές τρίγωνο ABΓ το οποίο έχει την κορυφή του A στο κέντρο κύκλου και τα B και Γ είναι σημεία του κύκλου



Το τρίγωνο όπως έχει κατασκευαστεί και όπως φαίνεται μετά την απόκρυψη του κύκλου και μετά τον δυναμικό χειρισμό του από τους μαθητές

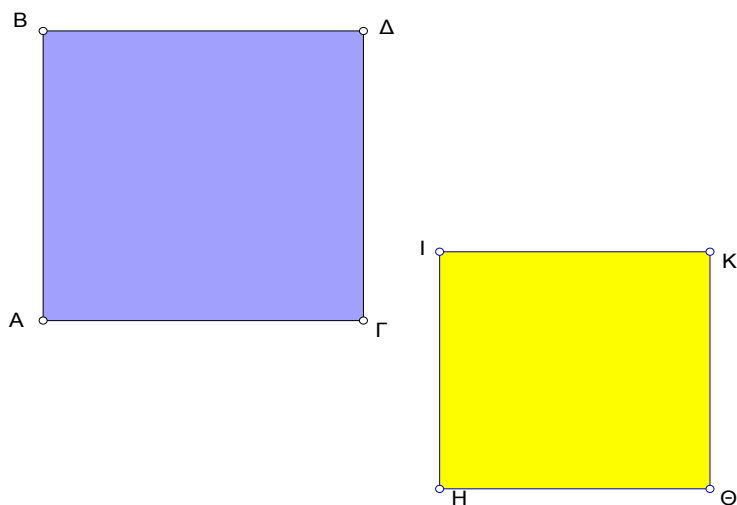


Με την ενεργοποίηση της δυνατότητας **σχεδίασης ίχνους** για το σημείο B ο δυναμικός χειρισμός επιτρέπει στον χρήστη να αντιληφθεί ότι το B κινείται αποκλειστικά σε τόξο κύκλου. Την ίδια παρατήρηση είναι δυνατόν να κάνει για το σημείο Γ

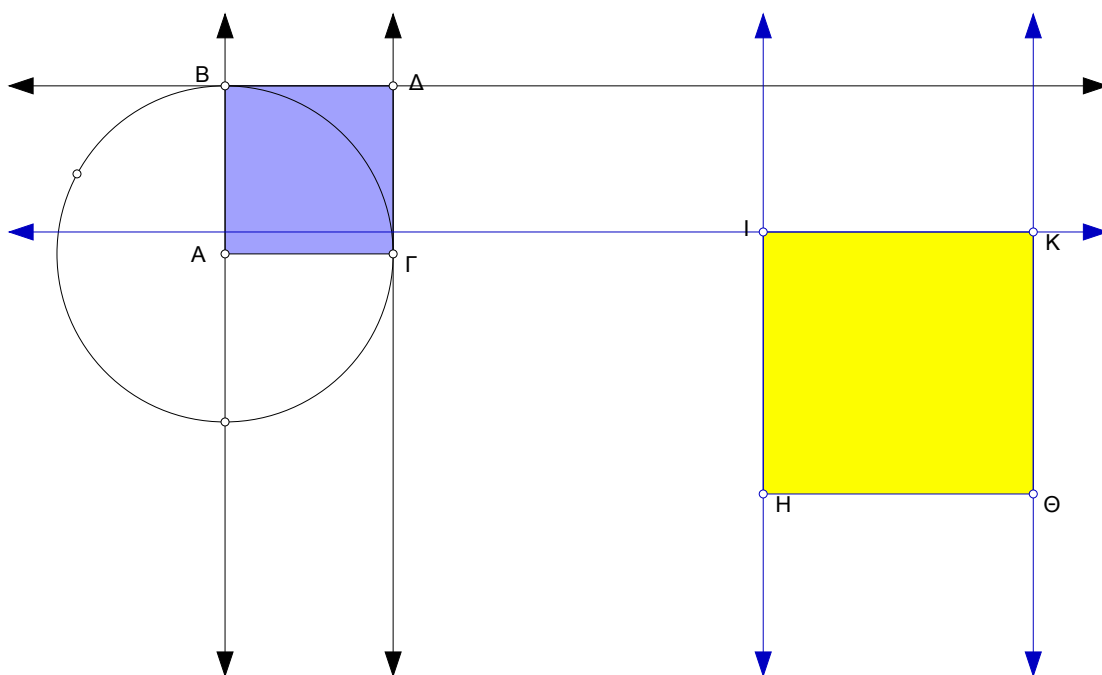
3. Το τετράγωνο και το ορθογώνιο

Όταν το επόμενο αρχείο SketchPad “ανοίγει” για πρώτη φορά οι μαθητές βλέπουν δύο τετράγωνα. Όταν όμως μετακινήσουν τις κορυφές τους το ένα παραμένει τετράγωνο ενώ το άλλο μετατρέπεται σε ορθογώνιο.

Το τετράγωνο ABΓΔ έχει κατασκευαστεί από δύο κάθετες ακτίνες KA, KB κύκλου με κέντρο K, ο οποίος αποκρύπτεται. Το ορθογώνιο έχει κατασκευαστεί με την κατασκευή παραλλήλων και καθέτων ευθειών, εύρεσης των σημείων τομής τους και συνένωσής τους με ευθύγραμμα τμήματα.



Τα τετράγωνα όπως εμφανίζονται στην οθόνη για πειραματισμό



H – κρυμμένη - κατασκευή των αντικειμένων

Οι μαθητές πρέπει να αναγνωρίσουν αυτοτελή γεωμετρικά σχήματα και τις μεταξύ τους σχέσεις πράγμα δυνατόν μόνο στο περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας

Αν και υπήρχαν επιτυχείς προσπάθειες, δεδομένου ότι όλοι οι μαθητές μάλλον δεν θα ήταν δυνατόν να κατασκευάσουν αυτά τα σχήματα ο στόχος της μελέτης δεν θα ήταν να καταμετρηθεί το πλήθος των επιτυχών και ανεπιτυχών προσπαθειών αλλά η καταγραφή των τεχνικών που χρησιμοποίησαν κατά τη διάρκεια της προσπάθειάς τους και τα προφορικά σχόλια που έκαναν.

Το ισοσκελές τρίγωνο του Γιώργου και του Θωμά

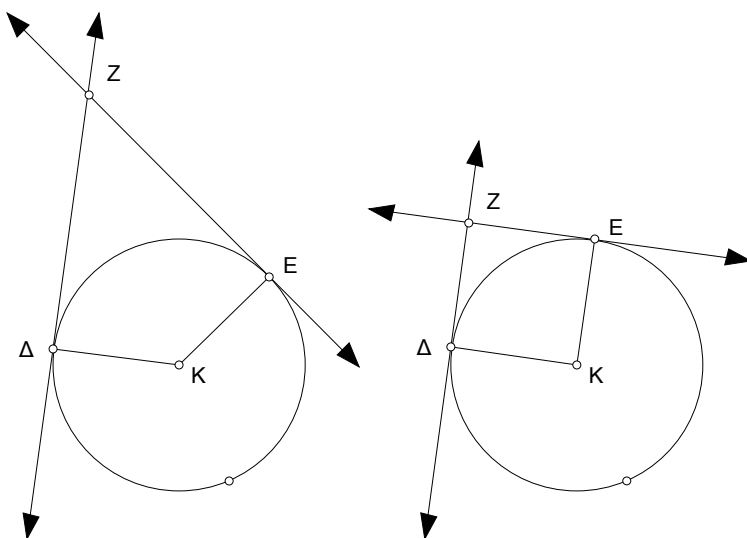
Στην αρχή κατασκεύασαν ένα τρίγωνο που στη συνέχεια «έσυραν» τις κορυφές του ώστε να μοιάζει με ισοσκελές. Η αλληλεπίδραση με το σχήμα τους όμως τους οδήγησε στο συμπέρασμα ότι δεν ήταν τρίγωνο αφού το μήκος των πλευρών δεν διατηρούνταν σταθερό. Στη συνέχεια ενεργοποιώντας την δυνατότητα σχεδίασης ίχνους αντιλήφθηκαν ότι η κορυφή B και στη συνέχεια η Γ αποκλειστικά κινούνται σε ένα κύκλο με κέντρο την κορυφή A του τριγώνου.

Από αυτό το σημείο ήταν εύκολο να το κατασκευάσουν. Η ικανή συνθήκη που θεώρησαν για να το τεκμηριώσουν ήταν ότι στο ισοσκελές τρίγωνο δύο μόνο πλευρές είναι ίσες.

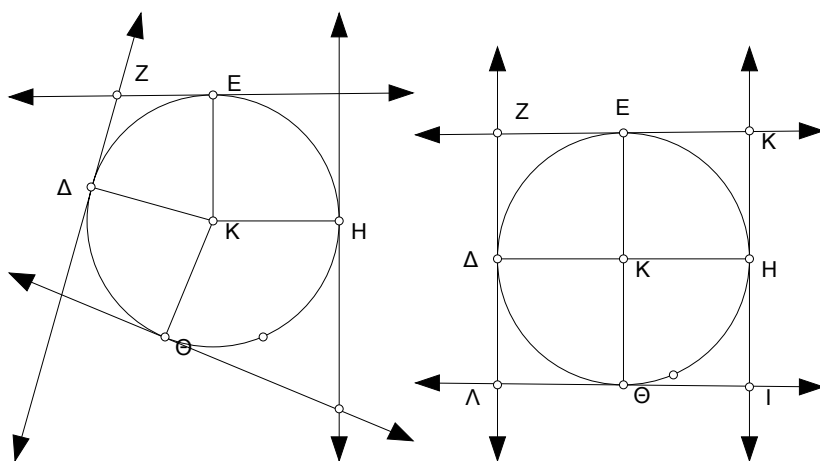
Το τετράγωνο του Αργύρη της Χριστίνας

Οι μαθητές αυτοί άρχισαν την κατασκευή τους σχεδιάζοντας ένα κύκλο και τοποθετώντας δύο σημεία Δ και Ε στην περιφέρειά του. Μετά σχημάτισαν τις

ακτίνες ΚΔ και ΚΕ και έφεραν κάθετες ευθείες σε αυτές στα σημεία Δ και Ε. Στη συνέχεια μετασχημάτισαν με το ποντίκι το σχήμα ώστε να έλθει το ΔΚΕΖ σε μορφή τετραγώνου



Ρωτήσαμε τους μαθητές ποια χαρακτηριστικά του τετραγώνου θεωρούν ως αναγκαία για να το κατασκευάσουν και η απάντηση που πήραμε ήταν τέσσερις ίσες πλευρές και τέσσερις ορθές γωνίες. Τους παροτρύναμε να περιεργαστούν το σχήμα με όλους τους δυνατούς τρόπους και να εξετάσουν αν αυτές οι ιδιότητες για τις οποίες ψάχνουν υπάρχουν στο σχήμα τους, αν για παράδειγμα έχουν τέσσερις ορθές γωνίες. Η διαπίστωση πως όχι τους οδήγησε σε μια κατασκευή όπως παρακάτω όπου επανέλαβαν την αρχική κατασκευή άλλη μια φορά για δυο άλλα

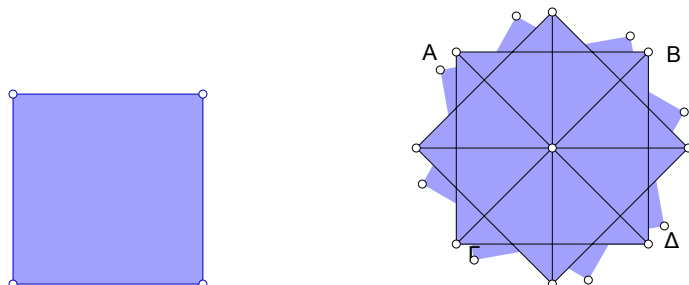


Σημεία Η και Θ και με μετακίνηση των σημείων του κύκλου έφτασαν στο δεύτερο σχήμα όπου οι μετρήσεις συμφωνούσαν με την υπόθεσή τους. Παρόλα αυτά το σχήμα ήταν δυνατόν να χάσει τις ιδιότητες του αναλόγως ποιο σημείο ήταν θα μετακινούσαμε. Σε αυτό το σημείο όμως οι μαθητές πρότειναν μια κατασκευαστική

μέθοδο όπου στα άκρα δύο κάθετων διαμέτρων ενός κύκλου φέρνω εφαπτόμενες – ή κάθετες στη διάμετρο - και τα σημεία όπου αυτές τέμνονται είναι οι κορυφές του τετραγώνου

Το τετράγωνο του Δημήτρη και του Θοδωρή

Οι μαθητές ξεκίνησαν από το έτοιμο τετράγωνο το οποίο είχε το αρχείο πειραματισμού. Στη συνέχεια σχημάτισαν τις διαγωνίους και με κέντρο περιστροφής το σημείο τομής τους και τους **Μετασχηματισμούς** του SketchPad περιστρέψανε το τετράγωνο κατά 90, 60 και 100 μοίρες. Διαπίστωσαν ότι η γωνία των διαγωνίων παραμένει ορθή σε όλες τις περιπτώσεις και ότι οι διαδοχικές θέσεις του τετραγώνου σχηματίζουν ένα κύκλο του οποίου οι διαγώνιοι του τετραγώνου είναι διάμετροι. Στη συνέχεια, χωρίς να το αποδείξουν όμως, δήλωσαν ότι η κατασκευή συνίσταται στο να πάρουμε δυο κάθετες διαμέτρους ενός κύκλου και να ενώσουμε τα άκρα τους.



Συμπεράσματα

Ο Θωμάς και ο Γιώργος βοηθήθηκαν από την οπτική αναπαράσταση του προβλήματος, ο Αργύρης και η Χριστίνα εμπνευστήκαν τη λύση από τον πειραματισμό τους παρά τα λάθη τους ενώ ο Δημήτρης και ο Θοδωρής απλά πείστηκαν για το ποια είναι ότι η σωστή κατασκευή μέσα από την παιγνιώδη αλληλεπίδρασή τους με το λογισμικό.

Αν και οι υπόλοιποι δεν κατάφεραν να φτάσουν σε κάποια λύση – άλλωστε η διαδικασία emπίπτει στα υψηλότερα από τα επίπεδα van Hiele και τα παιδιά αυτά ήταν 12 με 13 ετών – πειραματίστηκαν, υπέθεσαν και έλεγξαν τις υποθέσεις τους. Είναι νομίζω εμφανής η ανάπτυξη μιας διαφορετικής μαθησιακής κουλτούρας με τη χρήση των περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας. Απομένει να ερευνηθούν όμως πολλά ζητήματα όπως μεταξύ άλλων οι νέες εννοιακές αντιλήψεις για τις ιδιότητες των σχημάτων που αποκτούν οι μαθητές μέσα από αυτές τις δραστηριότητες.

Συμπεράσματα

Συγκρίνοντας τις αντιδράσεις και τις επιδόσεις των μαθητών πριν και μετά από την αλληλεπίδραση τους με το λογισμικό θα μπορούσαμε να επισημάνουμε τα εξής:

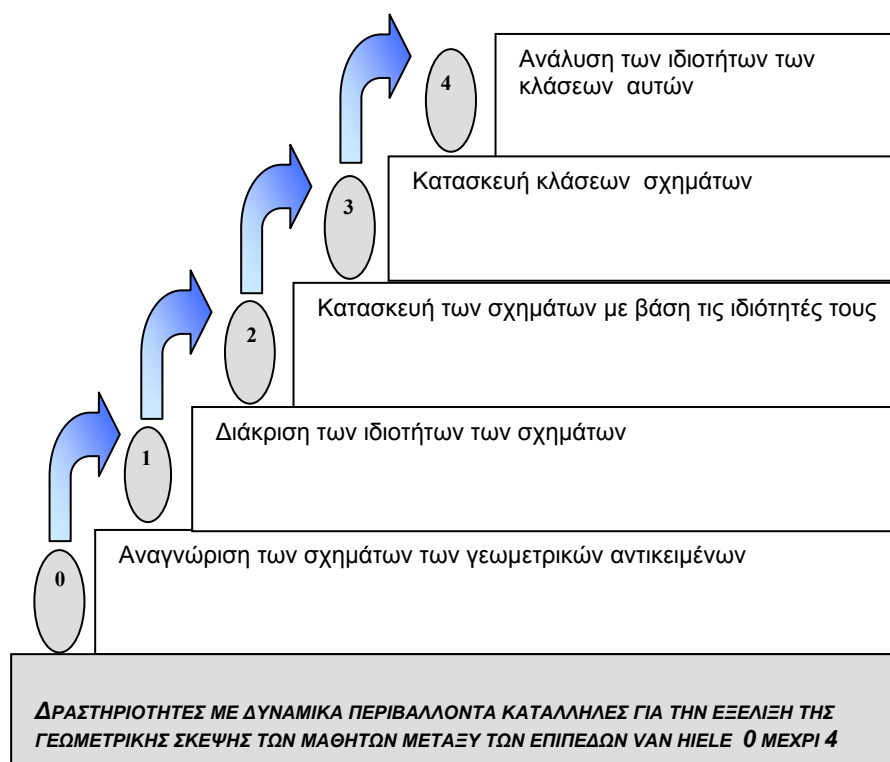
- Η αλληλεπίδραση των μαθητών με τα δυναμικά σχήματα τους επέτρεψε στην πλειονότητά τους να αναλύσουν και να συσχετίσουν τις χαρακτηριστικές ιδιότητες των γεωμετρικών σχημάτων ενώ προηγουμένως εμφάνιζαν αντιλήψεις μη συμβατές με το σχήμα. Αυτό ίσως να σημαίνει ότι η διερμηνεία του στατικού σχήματος δεν τους εμπλέκει σε κριτική διαδικασία αντίθετα με τους πολλαπλούς μετασχηματισμούς του δυναμικού σχήματος. Ο δυναμικός χειρισμός επιτρέπει το «πέρασμα» των μαθητών από το επίπεδο 1 στο επίπεδο 2 του van Hiele δηλαδή από την αναγνώριση του γεωμετρικού σχήματος από την εικόνα του στον προσδιορισμό του με βάση τις χαρακτηριστικές του ιδιότητες. Επίσης ο δυναμικός χειρισμός οδήγησε τους περισσότερους μαθητές στην αναιρέση της αντίληψης ότι κατασκευή του σχήματος σημαίνει αναπαραγωγή ενός συγκεκριμένου προτύπου και συνειδητοποίησαν ότι τα σχήματα πρέπει να περικλείουν συγκεκριμένες ιδιότητες ώστε να κατασκευαστούν σωστά και ανταποκρίνονται στον ορισμό τους. Ορισμένους δε τους ενθάρρυνε να περάσουν στο τρίτο επίπεδο van Hiele που παραδοσιακά ταυτίζεται με την αποδεικτική διαδικασία
- Οι μαθητές ενεπλάκησαν στο σύνολό με τις διαδικασίες αναγνώρισης των σχημάτων και απόδοσης ορισμού καθώς και με την προσπάθεια κατασκευής. Αντίθετα με το περιβάλλον της παραδοσιακής τάξης συμμετείχαν ενεργητικά στην μαθησιακή διαδικασία και κυρίως οι «αδύνατοι» μαθητές.
- Όλοι οι μαθητές προσαρμόστηκαν πολύ εύκολα στην χρήση του λογισμικού και δεν αντιμετώπισαν προβλήματα στην αλληλεπίδρασή τους με το πρόγραμμα. Δεν ζητήθηκαν διευκρινήσεις για την χρήση των μενού και πολλές από τις δυνατότητες του προγράμματος επισημάνθηκαν από τους μαθητές κατά την πρώτη δοκιμαστική χρήση και δεν χρειάστηκε να τους υποδειχθούν.
- Στην προσπάθεια κατασκευής των σχημάτων που προϋπόθετε την κατανόηση και γνώση των χαρακτηριστικών τους ιδιοτήτων οι μισοί μαθητές κατάφεραν να οδηγηθούν σε μια αποδεκτή κατασκευή. Η ποικιλία των προτάσεων τους θα μπορούσε ίσως να μας επιτρέψει να υποθέσουμε ότι ο πλούτος των αναπαραστάσεων και των δυνατοτήτων των περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας επιτρέπει στους μαθητές να ανακαλύψουν κρυμμένες ιδιότητες και κανονικότητες και να αξιοποιήσουν τις διαφορετικές ενορατικές προσεγγίσεις τους για μια έννοια. Οι κατασκευές για παράδειγμα με τις εξωτερικές εφαπτόμενες του κύκλου και με την περιστροφή του τετραγώνου δεν προήλθε ίσως από την πλήρη συνειδητοποίηση των ιδιοτήτων του τετραγώνου , αλλά προκλήθηκε από την εικονική τροφοδότηση των μαθητών

με σχήματα και τη φαντασία τους. Ακόμα όμως και αν οι μαθητές δεν πέρασαν απόλυτα στο στάδιο της αυστηρής δικαιολόγησης έφτασαν ένα βήμα πριν από αυτό. Εδώ ίσως είναι το σημείο που είναι απαραίτητη η παρέμβαση του ενήλικα ή του κοινωνικού περιβάλλοντος- που επικαλείται ο Vygotsky - για να οδηγηθούν σε ανώτερο επίπεδο γεωμετρικής σκέψης.

- Οι διαδικασίες συμπερίληψης κλάσης αποτέλεσαν το αδύνατο σημείο των προσπαθειών των μαθητών όμως όπως προείπαμε αυτό ίσως οφείλεται την ηλικία.
- Ένα ερευνητικό ερώτημα τέλος, που προκύπτει είναι το πώς ένας μαθητής χρησιμοποιεί την γεωμετρική γλώσσα και το πώς αυτό καθορίζει το επίπεδο της γεωμετρικής του σκέψης.

Δεν θα ήταν λοιπόν υπερβολικό το συμπέρασμα ότι γενικότερα τα περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας είναι εύχρηστα και θελκτικά για το μαθητή εργαλεία παρέχουν τη δυνατότητα ριζικού μετασχηματισμού της διδασκαλίας και της μάθησης των Μαθηματικών. Με την δυναμική Γεωμετρία τα μαθηματικά εξελίσσονται σε εργαστηριακή επιστήμη η οποία διερευνά ενδιαφέροντα φαινόμενα και ο μαθητής μπαίνει στη θέση του επιστήμονα : Παρατηρεί, καταγράφει, προβλέπει, υποθέτει και ελέγχει. Στο τέλος δε παράγει θεωρία σαν εξήγηση για τα φαινόμενα που μελέτησε.

Οι δραστηριότητες δε μέσω των λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας που στοχεύουν στην εξέλιξη της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών από επίπεδο σε επίπεδο van Hiele θα μπορούσαν να συνοψιστούν στο παρακάτω σχήμα και θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή ώστε να μην προτείνουμε στους μαθητές δραστηριότητες που δεν αντιστοιχούν στο επίπεδο που ευρίσκονται.



Στην επισκόπηση του SketchPad το 1992 ο μαθηματικός Robert Devaney εκφράζει την εκτίμησή του για τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας λέγοντας ότι περιμένει η χρήση του να φέρει επανάσταση στην διδασκαλία της Γεωμετρίας στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Όπως κάθε παλιός χρήστης του SketchPad έχω και προσωπικά δοκιμάσει την ικανοποίηση της κατασκευής κίνησης και διερεύνησης των γεωμετρικών και όχι μόνο αντικειμένων στην οθόνη του υπολογιστή μου. Είναι επίσης γεγονός ότι οι μαθητές ενθουσιάζονται και κινητοποιούνται με τα δυναμικά σχήματα που κατασκευάζουν στον υπολογιστή. Ορισμένοι μάλιστα ζητούν αντίγραφα για να τα επιδείξουν και στους φίλους τους. Δεν θα έπρεπε όμως υπό το κράτος της επίδρασής του στο συναίσθημα και την δημιουργικότητα του ατόμου να παραβλέψουμε το ερώτημα αν πράγματι συνεισφέρει σε μια εκπαιδευτική προοπτική.

Πρέπει λοιπόν να επισημάνουμε ότι εκτός από τα σημαντικά οφέλη υπάρχουν και σημαντικά προβλήματα κατά τη χρήση των προγραμμάτων αυτών. Παρακάτω συνοψίζουμε έξι ζητήματα που προέκυψαν από την ανάλυση των ενεργειών των μαθητών κατά την αλληλεπίδραση τους με το λογισμικό και που θα πρέπει να ληφθούν υπόψη στο σχεδιασμό δραστηριοτήτων με τα περιβάλλοντα αυτά αλλά και στο σχεδιασμό της διεπαφής αυτών καθ'αυτών των περιβαλλόντων. Χρειάζεται ακόμα αρκετή έρευνα και ως προς την συμβολή των περιβαλλόντων αυτών στη μάθηση των Μαθηματικών και ως προς την εξέλιξη αυτών καθ'αυτών των εργαλείων. Σαν τεχνολογικές εφαρμογές είναι άλλωστε τόσο καινούργιες που το περιθώριο για έρευνα και εξέλιξη τους είναι πολύ μεγάλο.

1^ο Συχνά οι μαθητές δεν διακρίνουν τις ιδιότητες του σχήματος που οφείλονται στο σχεδιασμό του λογισμικού και αυτές που αιτιολογούνται από τη θεωρία. Για παράδειγμα και στο στατικό και στο δυναμικό ορθογώνιο οι πλευρές είναι παράλληλες και οι γωνίες ορθές. Αλλά στο SketchPad το ορθογώνιο έχει διαφορετική συμπεριφορά αναλόγως με την πλευρά που κινείς, πράγμα που στα Μαθηματικά δεν είναι αποδεκτό.

2^ο Όταν περιγράφουν τις ιδιότητες των σχημάτων πολλές φορές οι μαθητές επικεντρώνονται στις «κρυμμένες» παρά στις φανερές ιδιότητες.

3^ο Όταν εξερευνούν προκατασκευασμένα αντικείμενα οι μαθητές ορισμένες φορές περιορίζουν το εύρος των δυνατών κινήσεων για να προσδιορίσουν καλύτερα τις κατασκευές τους. Με αυτό τον τρόπο όμως περιορίζουν και την υπόθεση που ερευνούν.

4^ο Κάθε αντικείμενο στο περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας εκτός από κατέχει εκτός από το σχήμα του και τις γεωμετρικές του ιδιότητες και την κίνησή του καθώς σύρεται με το ποντίκι. Η κίνηση και το σχήμα μαζί είναι δυνατόν να δημιουργήσει

στο μυαλό των μαθητών μεταφορές που συνδέουν τα αντικείμενα καθημερινής ζωής με τα γεωμετρικά σχήματα. Μερικοί μαθητές περιγράφουν τις γεωμετρικές κατασκευές χρησιμοποιώντας τέτοιου είδους μεταφορές. Η επιτυχία του πειράματος από εκεί και πέρα εναπόκειται στην ικανότητά τους να μετασχηματίσουν τον ορισμό τους στη γεωμετρική γλώσσα.

5° Οι καθηγητές των Μαθηματικών όταν αλληλεπιδρούν με ένα δυναμικό σχήμα είναι σε θέση λόγω εμπειρίας να διαχωρίσουν την συμπεριφορά του γεωμετρικού αντικειμένου που οφείλεται στις γεωμετρικές ιδιότητες από αυτή που σχετίζεται με το σχεδιασμό του λογισμικού και δεν συνδέεται με τις γεωμετρικές ιδιότητες. Οι μαθητές όμως είναι ενδεχόμενο να τα συγχέουν. Για αυτό το λόγο είναι προτιμότερο η διδασκαλία να ξεκινάει σε ένα στατικό περιβάλλον και να συνεχίζεται σε ένα δυναμικό

6° Τελικά η μαθηματική ενόραση που αποκτάται με τη χρήση λογισμικού Δυναμικής Γεωμετρίας δεν είναι πάντα η αναμενόμενη από τον σχεδιαστή της δραστηριότητας.

Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Ανάλογες έρευνες σε διαφορετικές ηλικίες

Έρευνα σε σώμα μαθητών – προχωρημένων χρηστών ενός περιβάλλοντος Δυναμικής Γεωμετρίας.

Σύγκριση αποτελέσματος μεταξύ διαφορετικών περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας (για παράδειγμα να χρησιμοποιηθεί το SketchPad και το Cabri για τον ίδιο ερευνητικό στόχο και αν συγκριθούν τα αποτελέσματα)

Να αξιολογηθούν μαθησιακές δραστηριότητες που συνδυάζουν στατικό και δυναμικό περιβάλλον.

Μια γνωστική διαδικασία δεν αναδύεται αυθόρμητα μέσα από την παρατήρηση αξιοθαύμαστων σχημάτων τα οποία κινούνται στην οθόνη του υπολογιστή. Είναι δυνατόν να υλοποιηθεί σε ένα προσεκτικά οργανωμένο και προσανατολισμένο περιβάλλον για μάθηση. Αυτό σημαίνει ότι ο ρόλος του εκπαιδευτικού παραμένει πρωταρχικός και η μόνη διαφορά είναι ότι ο εκπαιδευτικός έχει πλέον στη διάθεσή του ένα σύνολο ισχυρών εργαλείων για να οργανώσει το περιβάλλον μάθησης. Αυτό, κατά μια έννοια, κάνει τον ρόλο του περισσότερο πολύπλοκο.

Colette Laborde

Ξένη Βιβλιογραφία

Balacheff, N. & Kaput, J. (1996). **Computer-based learning environments** in A. J. Bishop, K. Klements, C. Keitel, J. Kilpatrick and C. Laborde (Eds), *International Handbook on Mathematics education* (pp. 469-501). Dordrecht: Kluwer.

Balacheff, N. and Sutherland, R. (1994). “**Epistemological domain of validity of microworlds : The case of Logo and Cabri-géomètre**”. in Lewis R & Mendelsohn P (ed.) *Lessons from Learning*, IFIP Conference TC3WG3.3 North Holland, pp 137-150

Bandura, A. (1977). **Social Learning Theory**. New York: General Learning Press.

Baron (M.), Gras (R.) & Nicaud (J.-F.) **Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur, Troisiemes journees EIAO de Cachan**, EYROLLES, 1993.

Battista, M. T. (1998a). **SHAPE MAKERS: Developing Geometric Reasoning with The Geometer's Sketchpad**. CA: Key Curriculum Press

Battista, M. T. (1998b). **Computer Environments that Engender Students' Construction of Mathematical Ideas** Berkeley, CA: Key Curriculum Press.

Becker, H.J. (1990, April). **Computer use in United States schools: 1989. An initial report of U.S. participation in the I.E.A. Computers in Education Survey**. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Boston.

Bell, A. W. "A Study of Pupils' Proof-Explanations in Mathematical Situations." *Educational Studies in Mathematics* 7 (1976):23-40.

Bennett, Dan. **Exploring Geometry with the Geometer's Sketchpad**. Key Curriculum Press. Berkeley, California, 1993.

Bliss J., Ogborn J., Boohan R., Brosnan, T., Brough D., Mellor (1992). **Tools for Exploratory Learning**. Program End of Award Review Report, London, University of London.

Bossuet G. **L'ordinateur a l' ecole**, P.U.F., 1982.

Brouwer, P. (1996-1997). **Hold on a minute here: What happened to critical thinking in the information age?** *Journal of Educational Technology Systems*, 25(2), 189-197.

Brown J. R. (1999) **Philosophy of mathematics: An introduction to the world of proofs and pictures**. New York: Routledge.

Bruner, J. (1996). **The Culture of Education**, Cambridge, MA: Harvard University Press.

Burger, W., & Shaughnessy, M. (1986). **Characterizing the van Hiele levels of development in geometry**. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), σελ.31 -48.

Burton, R. R., & Brown, J. S. (1979). **An investigation of computer coaching for informal learning activities.** *International Journal of Mathematical Studies*, 11, 5-24.

Chazan, Daniel. "Instructional Implications of a Research Project on Students' Understandings of the Differences between Empirical Verification and Mathematical Proof." In Proceedings of the First International Conference on the History and Philosophy of Science in Science Teaching, edited by D. Hergert, 52-60. Tallahassee, Fla.: Florida State University Science Education and Philosophy Department, 1989.

Choi Koh S. (1999). **A student's learning of geometry using the computer.** *Journal of Educational Research*, 92(5), σελ.301-311.

Clements, D. & Battista, M (1992) "**Geometry and Spatial Reasoning.**" In D. Grouws, ed. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: Macmillan Publishing Co.

Cobb, P., & Steffe, L.P. (1983). **The constructivist researcher as teacher and model builder.** *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2), 83-94.

Cole, M., & Griffin, P. (1980). **Cultural amplifiers reconsidered.** In D. Olson (Ed.), *Social foundations of language and thought*. New York: W.W. Norton.

Cuoco, A., Goldenberg, E. P. and Mark, J. (1996). **Habits of Mind: An Organizing Principle for Mathematics Curricula.** *Journal of Mathematical Behavior*, 15(4), 375-402

de CORTE E., (1993). "**Toward Embedding Enriched Logo-Based Learning Environments in the School Curriculum: Retrospect and Prospect**", in **Logo-like Learning Environments: Reflection & prospects**, EUROLOGO '93, University of Athens, pp. 335-349,.

de Villiers, M. D. (1999). **Rethinking proof with the Geometer's Sketchpad.** Berkeley, CA: Key Curriculum Press.

de Villiers, Michael D. "**Research Evidence on Hierarchical Thinking, Teaching Strategies, and the van Hiele Theory: Some Critical Comments.**" Paper presented at Learning and Teaching Geometry: Issues for Research and Practice working conference, Syracuse University, Syracuse, New York, 1987.

Demaiziere F. & Dubuisson C., **De l'EAO aux TF, utiliser l'ordinateur pour la formation**, OPHRYS. 1992.

Devaney, R. L. (1992). **The Geometer's Sketchpad. UME Trends, 4, 2. development in geometry.** *Journal for Research in Mathematics Education*,

Dieuzeide (H.), **Les nouvelles technologies, Outils d'enseignement**, NATHAN, 1994.

Dixon, J. K. (1997). **Computer use and visualization in students' construction of reflection and rotation concepts.** *School Science and Mathematics*, 97(7), σελ.352-358

Dreyfus (H.), **What Computers Cant'Do : The Limits of Artificial Intelligence**, MIT PRESS, 1979.

Drier, H. (2001). **Teaching and learning mathematics with interactive spreadsheets**. *School Science and Mathematics*, 10(4), 170-179.

Dugdale, S. (1999). **Establishing computers as an optional program solving tool in a nontechnological mathematics context**. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 4, 151-167.

Fawcett, Harold P. **The Nature of Proof**. *Thirteenth Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*. New York: Teachers College, 1938.

Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). **Teachers' knowledge and its impact**. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). New York, NY: Simon & Schuster Macmillan.

Finzer, W. F., & Bennett, D. (1995). **From drawing to construction with The Geometer's Sketchpad**. *Mathematics Teacher*, 88, 428-431.

Glass, B. & Deckert, W. (2001). **Making better use of computer tools in geometry**. *Mathematics Teacher*, 94, 224-229.

Grandbastien (M.), **Les technologies nouvelles dans l' enseignement general et technique : situation au terme des annees 80 et propositions d' orientations pour la decennie ÷ venir**, Documentation Francaise, 1990.

Grouws, D., ed. **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**, New York: Macmillan Publishing Co.

Hannah, G. "**More than Formal Proof**." *For the Learning of Mathematics* 9 (February 1989):20-23.

Hasegawa, J. (1997). **Concept formation of triangles and quadrilaterals in the Second Grade**. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 157-179.

Healy, L., & Hoyles, C. (2001). **Software tools for geometrical problem solving: Potentials and pitfalls**. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, 235-256.

Hickey, D. T., Moore, A. L., & Pellegrino, J. W. (2001). **The motivational and academic consequences of two innovative mathematics environments: Do curricular innovations and reforms make a difference?** *American Educational Research Journal*, 38(3), 611-652.

Hillel, J. (1992). **The Notion of Variable in the Context of Turtle Graphics**. In C. Hoyles and R. Noss (Eds), *Learning Mathematics and Logo* (pp. 11-36). Cambridge, Ma: MIT Press.

Hoffer, A. (1986). **Geometry and visual thinking**. In T. R. Post (Ed.), *Teaching mathematics in grades K-8: Research based methods* (σελ..233-261). Newton, MA: Allyn and Bacon.

- Holzl, R. (1995). **Between drawing and figure**. In R. Sutherland & J. Mason (Eds), *Exploiting Mental imagery with Computers in Mathematics Education* (pp. 117- 124). Berlin: Springer-Verlag.
- Holzl, R. (1996). **How does ‘dragging’ affect the learning of geometry**. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1, 169-187.
- Hooper, S., & Hokanson, B. (2000). **The changing face of knowledge**. *Social Education*, 64(1), 28-31.
- Hoyles, C. (1993). **Microworlds/ schoolworlds: The transformation of an innovation**. In C. Hoyles, C., & Noss, R., and Sutherland, R. (1986). (Eds.) *Proceedings of the Second International Conference for Logo and Mathematics Education*.
- Human, P. G., and J. H. Nel. **Alternative Teaching Strategies for Geometry Education: A Theoretical and Empirical Study**. RUMEUS Curriculum Materials series no. 11 Stellenbosch, Cape Province: University of Stellenbosch, 1989.
- Jackiw, N. (1995). **The Ggeometer’s Ssketchpad [Computer software]**. Berkeley, CA: Key Curriculum Press.
- Janvier, C. (1987a). **Translation processes in mathematics education**. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 27-32). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Janvier, C. (1987b). **Representation and understanding: The notion of function as an example**. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 67-72). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Janvier, C. (1987c). **Conceptions and representations : The circle as an example**. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 147-158). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J. (1992). **Technology and mathematics education**. In D. Grouws (Ed.) *A handbook of research on mathematics teaching and learning*. NY: MacMillan, 515-556.
- Keitel and K. Ruthven (Eds), **Learning from computers: Mathematics Education and Technology** (pp.1-17). Berlin: Springer-Verlag.
- Knuth, R.A., & Cunningham, D. J. (1993). *Tools for Constructivism*. In T.M. Duffy, J. Lowyck, & D.H. Jonassen (1993). *Designing Environments for Constructive Learning* (vol. 105, pp. 163-188). Berlin: Springer-Verlag, NATO ASI Series, Series F: Computer and Systems sciences.
- King, J., & Schattschneider, D. (Eds.). (1997a). **Geometry Turned On**. Washington, DC: Mathematical Association of America.
- King, J., & Schattschneider, D. (1997b). **Preface: Making geometry dynamic**. In J. King & D. Schattschneider (Eds.), *Geometry Turned On* (pp. ix-xiv). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Koedinger, K. R., & Anderson, J. R. (1998). **Illustrating principled design: The early evolution of a cognitive tutor for algebra symbolization.** *Interactive Learning Environments*, 5, 161-180.

Kurz, T., Middleton J., & Bahadir, H. (2005) : **A Taxonomy of Software for Mathematics Instruction** , *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*

Laborde (Eds), *International Handbook on Mathematics education* (pp. 469-

Laborde, J-M. (1990). **Cabri-Geometry [Software]**. France: Universite de Grenoble.

Laborde, C. (1993). **The computer as part of the learning environment: The case of geometry.** In: C. Keitel and K. Ruthven (Eds.), *Learning from Computers: Mathematics Education and Technology*, 48-67. Berlin: Springer-Verlag.

Laborde, C. (1998). **Factors of integration of dynamic geometry software in the teaching of mathematics.** Paper presented at the ENC Technology and NCTM Standards 2000 Conference. Arlington VA, June 5-6.

Lajoie, S. (1993). **Computing environments as cognitive tools for enhancing learning.** In S. Lajoie & S. Derry (Eds.), *Computers as cognitive tools*, (Vol. 1, pp. 261-288). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lakatos, I. **Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery.**New York: Cambridge University Press, 1976.

Laufer R. & Scavetta D., **Texte, Hypertexte, Hypermedia**, P.U.F., 1992.

Lederman N., & Niess, M. (2000). **Technology for technology's sake or for the improvement of teaching and learning?** *School Science and Mathematics*, 100(7), 346-8.

Lehrer, R., Jenkins, M. & Osana, H. (1998). **Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry.** In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.) *Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 137-168.

Leitzel, J.R.C., ed. **A Call for Change: Recommendations for the Mathematical Preparation of Teachers of Mathematics.** Washington, DC: The Mathematical Association of America, 1991.

Lester, M. (1996). **The effects of the Geometer's Sketchpad software on achievement of geometric knowledge of high school geometry students,** (online). Abstract from: UMI Pro Quest File: Dissertation Abstracts Item: 9633545

Levy P., **Les technologies de l'intelligence, L'avenir de la pensee a l'ere informatique**, LA DECOUVERTE, 1990.

Levy P., **L'ideographie dynamique, vers une imagination artificielle ?** LA DECOUVERTE, 1991.

Linard, M., **Des machines et des hommes, apprendre avec les nouvelles technologies**, EDITIONS UNIVERSITAIRES, 1990.

Mariotti, M.A. & Bartolini Bussi M., G. (1998). **From drawing to construction: teachers mediation within the Cabri environment**, Proceedings of the 22nd PME Conference, Stellenbosh, I- 180-95.

Martin, W. Gary, and Guershon Harel. **"Proof Frames of Preservice Elementary Teachers."** *Journal for Research in Mathematics Education*20 (January 1989):41-51.

Mason, M. M. (1997). **The van Hiele model of geometric understanding and mathematically talented students.** *Journal for the Education of the Gifted, mathematics* (pp. 27-32). London: Lawrence erlbaum associates.

Metazarek, R. (1996). **The effects of problem-solving activities using geometry computer software on readiness for self-directed learning, (on-line).**
Abstract
from: UMI ProQuest FHe: Dissertation Abstracts Item: 9800159

MODELLUS: <http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus>

Nanard, J., & Nanard, M. (1995). **Hypertext Design Environments and the Hypertext Design Process.** *Communications of the ACM*, 38(8), 49-56.

Nicaise, M. & Barnes, O. (1996). **The Union of Technology, Constructivism, and Teacher Education.** *Journal of Teacher Education*, 47(3), σελ.205 – 212).

Noss R. & Hoyles C. (1996) **Windows on mathematcal meanings** Dordrecht: Kluwer

OGBORN J. (1986). **Computational Modelling in Science**, In R. Lewis & Tagg (Eds), *Trends in Computer Assisted Learning*, Oxford: Blackwell

Oliver, K. (2000). **Methods for Developing Constructivist Learning on the Web.** *Educational Technology*, 40(6), 5-18.

Olson. D. R. (1985). **Computers as tools of the Intellect**, *Educational Researcher*, 14, 5-8.

O'shea T. , Self J. **Learning and Teaching with Computers: Artificial Intelligence in Education**, Prentice Hall, 1983.

Papert, S. (1980). **Mindstorm: Children, computers and powerful ideas.** Sussex, England: Harvester.

Papert, S. (1987). **Computer Criticism versus Technocentric Thinking.** *Educational Researcher*, 16 (1), pp. 22-30,

Paquette G., **"Les hypermedias - outil technologique"** in *Actes des journees "Hypermedias et apprentissages"*, *Premieres Journees Scientifiques*, 24-25 Septembre 1991.

- Pea D. Roy, Kurland D. Milau (1984) "**On the cognitive effects of learning computer programming**". *New Ideas in Psychology*, Vol. 2, No 2, pp. 137-168.
- Pea. R. D. (1985b). **Beyond amplification: Using the computer to reorganize mental functioning**. *Educational Psychologist*. 20. 167-182.
- Piaget, J. (1928). **The Child's Conception of the World**. London: Routledge and Kegan Paul.
- Piburn, M.D., & Middleton, J.A. (1998). **Patterns of faculty and student conversation in listserv and traditional journals in a program for pre-service mathematics and science teachers**. *Journal of Research in Computing in Education*, 33(1), 62-77.
- Pimm, D. (1995). **Symbols and meanings in school mathematics**. London: Routledge.
- Polya, G. (1957). **How, to solve it**. Princeton, NJ.: Princeton University Press
- Pufall, P. B & Forman, G., (1988). **Constructivism in the Computer Age: A Reconstructive Epilogue**. In G. Forman, B. P. Pufall (Eds), *Constructivism in the Computer Age* (pp. 235-250). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Quéau P., «**La puissance du virtuel**», Culture Technique No 24, 1992, pp. 245-252
- Resnick. D. P., & Resnick. L. B. (1977). **The nature of literacy: An historical explanation**.
- Roblyer, M., & Edwards, J. (2000). **Integrating educational technology into teaching**. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- Salomon, G. (2000). **It's not just the tool but the educational rationale that counts**. Keynote address presented at Ed-Media, Montreal, Quebec, Canada. <http://construct.haifa.ac.il/~gsalomon/edMedia2000.html>
- Schoenfeld, Alan H. "**On Having and Using Geometric Knowledge**." In *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics*, edited by J. Hiebert, 225-64. Hillsdale, N.J: Lawrence Erlbaum Associates, 1986.
- Schwartz, J., (1999). **Can Technology Help us Make the Mathematics Curriculum Intellectually Stimulating and Socially Responsible ?** In *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 4: 99-119, Kluwer Academic Publishers, Netherlands
- Schwartz, Judah L., and Michal Yerushalmy. **The Geometric Supposer series**. Pleasantville, N.Y.: Sunburst Communications, 1986. Software.
- Senk, S. (1989). **Van Hiele Levels and Achievement in Writing Geometry Proofs**. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(3), σελ.309-321.

Sherer, P., & Shea, T. (2002). **Designing courses outside the classroom: New opportunities with the electronic delivery toolkit.** *College Teaching*, 50(1) 15-20.

Simon J.,C. **L'education et l'informatisation de la societe, rapport au President de la Republique**, LA DOCUMENTATION FRANCAISE, 1981.

Simon, M. A., Blume G.W. (1996). **Justification in the mathematics classroom: A study of perspective elementary school teachers.** *Journal of mathematical behavior*, 15, 3-31.

Simpson, A. (1995). **Developing a proving attitude.** Conference Proceedings: Justifying and proving in school mathematics (pp. 39-46). Institute of Education, University of London

Skinner B. F., **"The technology of teaching"**, Appleton-Century-Crofts, 1968

Solomon C. **Computer environments for children. A reflection on theories of learning and education**, MIT PRESS, 1986.

Steffe, L. P. (1991). **Epistemological foundations of mathematical experience.** New York: Springer-Verlag

STELLA: <http://www.hps-inc.com>

Strasser, R., & Capponi, B. (1991). **Drawing- Computer model- Figure.** Proceedings of the 15th of PME Conference, (pp.302-309). Assisi, Italy.

Sutherland, R. (1995). **Mediating mathematical action.** In R. Sutherland & J. Mason (Eds), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education* (pp. 71-81). Berlin: Springer-Verlag.

Syer, H. W. (1945). **Making and using motion pictures for the teaching of Teachers College the Computer Age** (pp. 235-250). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Tricot A.,. **"A quels types d'apprentissages les logiciels hypermedia peuvent-ils etre utiles ? Un point sur la question en 1994"**, EPI, No 76, pp. 97-112.

Usiskin, Z. (1982). **Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry** (Final report of the Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project). Chicago: University of Chicago, Department of Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 220 288)

Van Dormolen, J. **"Learning to Understand What Giving a Proof Really Means."** *Educational Studies in Mathematics* 8 (April 1977): 27-34.

Van Hiele P. & Van Hiele D. (1959). **The child's thought and geometry.** Reprinted (1984) in D. Fuys, D. Geddes & R. Tischler (Eds.), *English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele*, (pp. 1&endash;214). Brooklyn NY: Brooklyn College.

Van Hiele, P. M. (1986). **Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education**. New York: Academic Press.

Vergnaud, G. (1987), **About Constructivism**, Proceedings of the Eleventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 42-55

Vinner, S. (1991) “**The Role of Definitions in Teaching and Learning Mathematics**” in *Advanced Mathematical Thinking*, D. Tall(Ed), Kluwer Academic Publishers, p.p 65-81

von Glaserfeld, E. (1995) (Ed.) **Radical Constructivism in Mathematics Education**. Dordrecht: Kluwer.

Vygotsky, L. S. (1962). **Thought and Language**. Cambridge. MA: MIT Press.

Vygotsky, L. (1978). **Mind in Society**. Cambridge: Harvard University Press

Wirszup, I. (1976). **Breakthroughs in the psychology of learning and teaching geometry**. In Martin, J.L. & Bradbard, D. A. (Eds.), *Space and geometry: Papers from a research workshop* (σελ. 75 - 97). Columbus, OH: ERIC Center for Science, Mathematics and Environmental Education.

Wiske, Martha Stone, and Richard Houde. (1988). **From Recitation to Construction: Teachers Change with New Technologies**. Technical report. Cambridge, Mass.: Educational Technology Center, Harvard Graduate School of Education

Yerushalmy, Michal, Daniel Chazan, and Myles Gordon (1987). **Guided Inquiry and Technology: A Year Long Study of Children and Teachers Using the Geometric Supposer: ETC Final Report**. Newton, Mass.: Education Development Center.

Yerushalmy, M., & Chazan, D. (1988). **Overcoming Visual Obstacles with the Aid of the Supposer**. Cambridge, Mass.: Educational Technology Center, Harvard Graduate School of Education,

Ελληνική Βιβλιογραφία

Δημητρακοπούλου, Α. **Οι εκπαιδευτικές εφαρμογές των τεχνολογιών της πληροφορίας στη διδασκαλία των φυσικών επιστημών.- Τι προσφέρουν και πως τις αξιοποιούμε;** Επιθεώρηση Φυσικής, 1999, Αφιέρωμα: Πληροφορική και Εκπαίδευση

Θωμαΐδης, Γ. (1999). **Μια επισκόπηση ερευνών για τη διδασκαλία των Μαθηματικών στην Ελληνική Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση**. *Ερευνητική διάσταση της Διδακτικής των Μαθηματικών*, 4, 112-132.

Κλαουδάτος, Ν. (1999). **Τι σημαίνει για τη Μαθηματική Εκπαίδευση «Ενεργητική Στάση ως προς τα Μαθηματικά»;** *Επιθεώρηση Επιστημονικών και Εκπαιδευτικών Θεμάτων*. Α(2), 62-77.

Κολέζα, Ε. (1997). **Ο ρόλος των δραστηριοτήτων στη διδασκαλία των μαθηματικών**. *Πρακτικά 14^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας*, Μυτιλήνη.

Κόμης (Β.), Δημητρακοπούλου (Α.), Πολίτης (Π.), “Ζητήματα σχεδιασμού ανοικτών περιβαλλόντων μάθησης: το παράδειγμα του λογισμικού “Δημιουργός_Μοντέλων””, *Δημερίδα "Η Πληροφορική στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση"*, ΕΠΥ - ΥΠΕΠΘ, Δεκέμβριος 1998, σελ. 198- 205

Κοντογιαννοπούλου - Πολυδωρίδη Γ. , **"Οι εκπαιδευτικές και κοινωνικές διαστάσεις της χρήσης των νέων τεχνολογιών στο σχολείο"**, ΣΥΓΧΡΟΝΑ ΘΕΜΑΤΑ, τεύχος 46-47, Δεκέμβριος 1992, σελ. 77-93.

Κορδάκη, Μ. (2004). **Δραστηριότητες για τη διδασκαλία των μαθηματικών Δημοτικού με τη χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού**. 1ο Πανελλήνιο Συνέδριο της ΕΕΕΠ-ΔΤΠΕ με θέμα : "Παιδαγωγική αξιοποίηση των ΝΤ στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση". Διοργάνωση: ΕΕΕΠ-ΔΤΠΕ (Επιστημονική Ένωση Εκπαιδευτικών Πρωτοβάθμιας για τη διάδοση των ΤΠΕ στην εκπαίδευση) Οκτώβριος 2004.

Κυνηγός Χ. και άλλοι **"Διαμόρφωση διδακτικών στρατηγικών για λύση προβλημάτων με χρήση διερευνητικού λογισμικού"**, Β' Πανελλήνιο Συνέδριο "Διδακτική των Μαθηματικών και Πληροφορική στην Εκπαίδευση", Κύπρος, Απρίλης 1995, σελ. 491-506.

Μικροπουλος Α. κ.α, **"Εικονική Πραγματικότητα και Εκπαίδευση: Ένα Νέο Εργαλείο ή Νέα Μεθοδολογία;"** Εκπαιδευτικά Πληροφορικά Πολύ-Περιβάλλοντα, 2ο Συνέδριο Εκπαιδευτικής Πληροφορικής, Εκπαιδευτήρια Δούκα, 1994, σελ. 57-67.

Ντζιαχρήστος Β.& Ζαράνης Ν. (2001). **Η αξιοποίηση της θεωρίας van Hiele στην κατανόηση γεωμετρικών εννοιών της Α΄ Γυμνασίου με την βοήθεια εκπαιδευτικού λογισμικού**, Μαθηματική Επιθεώρηση, τεύχος 56(2001)

Οικονόμου, Π., & Τζεκάκη. Μ. (1999). **Στάσεις, αντιλήψεις και πρακτικές των εκπαιδευτικών για τη διδασκαλία των Μαθηματικών**. *Ερευνητική διάσταση της Διδακτικής των Μαθηματικών*, 4, 37-65.

Ράπτης Ν., . **Εκπαιδευτικές Χρήσεις της Πληροφορικής**, δακτυλογραφημένο, 1993.

Ράπτης, Α., & Ράπτη, Α. (1998). **Πληροφορική και Εκπαίδευση – Συνολική Προσέγγιση**. Αθήνα: Αυτοέκδοση σελ.352-358

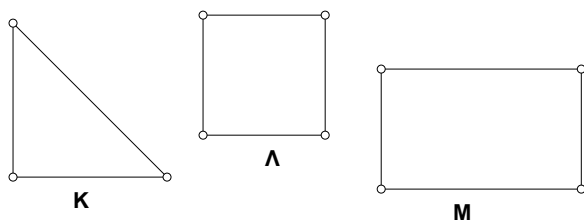
Χατζηθεολόγου. Α. (2000). **Μάθηση: Προσωπικός Ρυθμός και Μαθησιακό Στυλ**. *Παιδαγωγικός Λόγος*, 1, 128-138.

Χιονίδου, Μ. (1999). **Επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στο Κονστрукτιβιστικό μοντέλο διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών**. Αθήνα: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.

Χρίστου, Κ. , Πίττα – Πανταζή Δ. , Πιττάλης , Μ. & Μουσουλίδης , Ν., **« Επίλυση και Κατασκευή μαθηματικού προβλήματος σε περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας»**. Στο *«Σύγχρονες Τάσεις της Διδακτικής των Μαθηματικών»*, του Α. Γαγάτση , Λευκωσία , 2004.

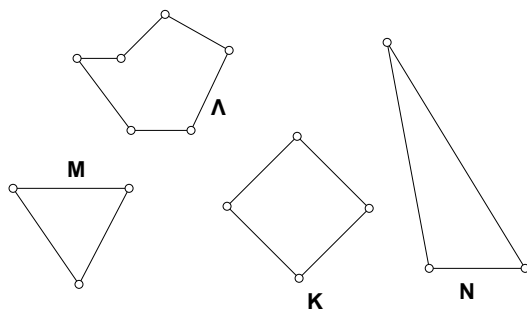
Παράρτημα 1

1. Ποια από τα παρακάτω σχήματα είναι τετράγωνα;



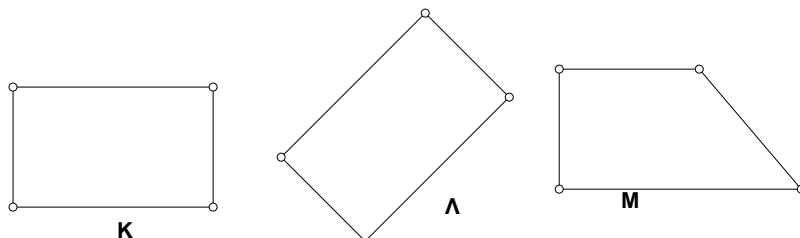
- a. Το K μόνο
- b. Το Λ μόνο
- c. Το Μ μόνο
- d. Το Λ και το Μ
- e. Όλα είναι τετράγωνα.

2. Ποια από τα παρακάτω σχήματα είναι τρίγωνα;



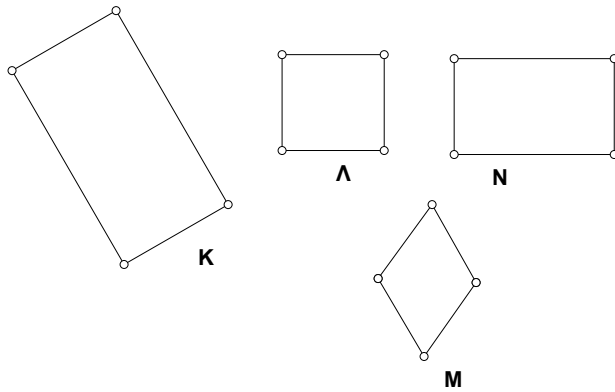
- a. Κανένα από αυτά δεν είναι τρίγωνο.
- b. Το Λ μόνο
- c. Το Μ μόνο
- d. Το Μ και το Ν
- e. Το Λ και το Μ

3. Ποια από τα παρακάτω σχήματα είναι ορθογώνια;



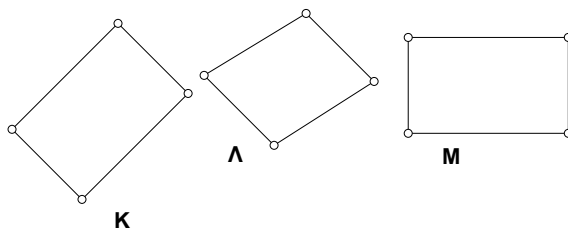
- a. Το Κ μόνο
- b. Το Λ μόνο
- c. Το Κ και το Λ
- d. Το Κ και το Μ
- e. Όλα είναι ορθογώνια.

4. Ποια από τα παρακάτω σχήματα είναι τετράγωνα;



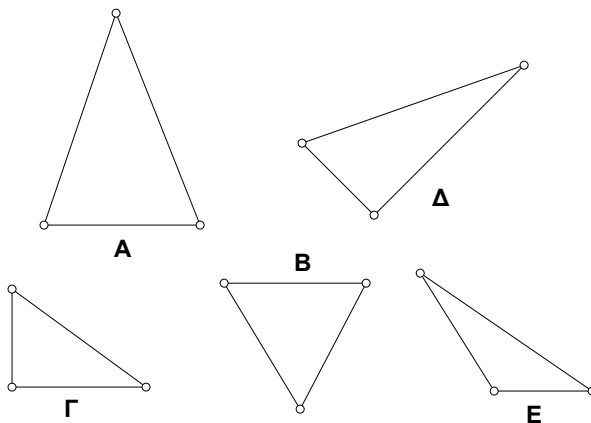
- a. Κανένα από αυτά δεν είναι τετράγωνο.
- b. Το Λ μόνο
- c. Το K και Λ
- d. Το Λ και το N
- e. Όλα είναι τετράγωνα.

5. Ποια από τα παρακάτω σχήματα είναι παραλληλόγραμμα;



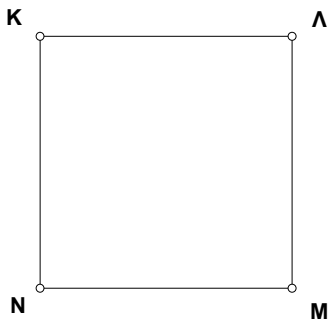
- a. Το K μόνο
- b. Το M μόνο
- c. Το K και Λ
- d. Κανένα από αυτά δεν είναι παραλληλόγραμμο.
- e. Όλα είναι παραλληλόγραμμα.

6. Ποιο από τα σχήματα είναι ισοσκελές τρίγωνο, ποιο ορθογώνιο, ποιο ισόπλευρο και ποιο σκαληνό; (Γράψτε σε κάθε σχήμα την ονομασία του)

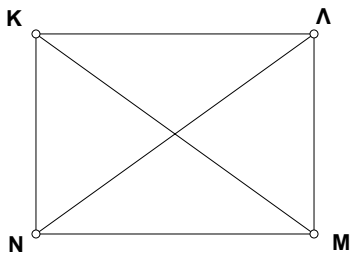


7. Το KAMN είναι τετράγωνο. Ποια σχέση είναι αληθής;
- a. Το KM και το MN έχουν το ίδιο μήκος.

- b. Το ΚΛ και το ΜΝ είναι κάθετα.
- c. Το ΚΝ και το ΛΚ έχουν το ίδιο μήκος
- d. Το ΚΝ και το ΚΜ έχουν το ίδιο μήκος.
- e. Η γωνία Λ είναι μεγαλύτερη από τη γωνία Μ.



8. Στο ορθογώνιο ΚΛΜΝ οι ΚΜ και ΛΝ είναι διαγώνιες.

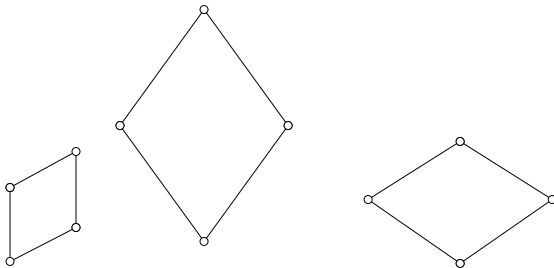


Ποια από τα (a) έως (d) δεν είναι αλήθεια;

- a. Υπάρχουν 4 ορθές γωνίες.
- b. Οι απέναντι πλευρές είναι παράλληλες.
- c. Οι διαγώνιες έχουν το ίδιο μήκος.
- d. Οι απέναντι πλευρές έχουν το ίδιο μήκος.
- e. Όλα από (a) έως (d) είναι αλήθεια

9. Τα παρακάτω σχήματα είναι ρόμβοι.

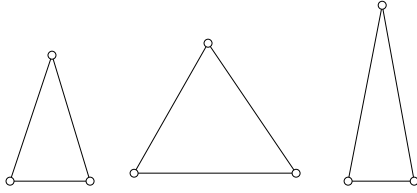
Ποια από τα (a) έως (d) δεν είναι αλήθεια;



- a. Όλες οι γωνίες είναι ίσες
- b. Όλες οι πλευρές του είναι ίσες
- c. Οι δύο διαγώνιες είναι κάθετες.
- d. Οι απέναντι γωνίες έχουν το ίδιο μέτρο.
- e. Όλα από (a) έως (d) είναι αληθή.

10. Στο παρακάτω σχήμα υπάρχουν τρία ισοσκελή τρίγωνα.

Ποια από τα (a) έως (d) είναι αλήθεια;



- a. Οι τρεις πλευρές πρέπει να έχουν το ίδιο μήκος.
- b. Μια πλευρά να είναι διπλάσια σε μήκος από κάποια άλλη.
- c. Πρέπει να υπάρχουν δύο γωνίες με το ίδιο μέτρο.
- d. Οι τρεις γωνίες πρέπει να έχουν το ίδιο μέτρο.
- e. Κανένα από τα (a) έως (d) δεν είναι αληθές

11. Υπάρχουν δύο υποθέσεις.

Υπόθεση A: Το τρίγωνο ABΓ έχει τρεις πλευρές με το ίδιο μήκος.

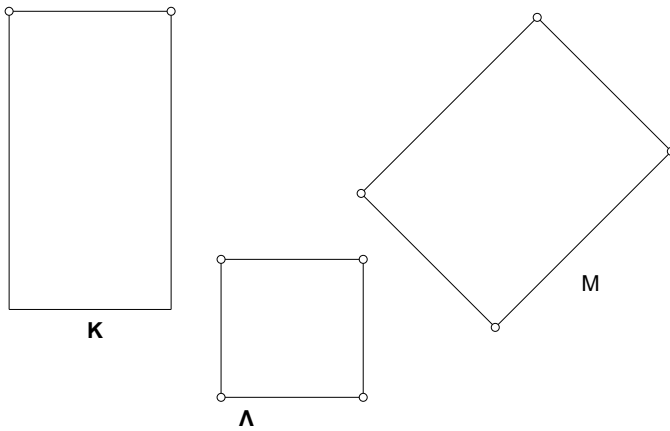
Υπόθεση B: Στο τρίγωνο ABΓ, οι γωνίες B και Γ έχουν το ίδιο μέτρο.

Ποιο είναι σωστό;

- a. Δεν είναι δυνατόν να συμβαίνουν και τα δύο
- b. Αν συμβαίνει το A, τότε συμβαίνει και το B
- c. Αν συμβαίνει το B, τότε συμβαίνει και το A
- d. Αν δεν συμβαίνει το A, τότε δεν συμβαίνει και το B
- e. Καμία από τις (a) έως (d) δεν είναι σωστή.

12. Ποια από τα παρακάτω σχήματα μπορούμε να τα ονομάσουμε ορθογώνια;

κ



- a. Όλα μπορούν.
- b. Μόνο το Λ.
- c. Μόνο το Κ
- d. Τα Κ και Λ μόνο.
- e. Τα Λ και Μ μόνο.

13. Τι όλα τα ορθογώνια έχουν που μερικά παραλληλόγραμμα δεν έχουν;

- a. Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες.
- b. Οι διαγώνιες είναι ίσες.
- c. Οι απέναντι πλευρές είναι παράλληλες.
- d. Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες.
- e. Κανένα από τα (a) έως (d).

